

УДК 539.2; 541.18

Савін М.В., Алтоїз Б.А.

Одеський національний університет ім. І. І. Мечникова

E-mail: altoiz41@gmail.com

Рішення задачі теплопровідності для вузлу віскозиметру з двома джерелами тепла

В експериментах з епітропною рідкокристалічною фазою при вимірюванні ротаційним віскозиметром надтонких (з цією фазою) шарів рідини виникають деякі труднощі при визначенні температури безпосередньо в них. Програмний комплекс для розрахунку розподілу температурного поля в елементі віскозиметра методом скінченних елементів забезпечує корекцію показань датчика температури. Пакет є необхідним додатковим методичним забезпеченням при використанні установки віскозиметра.

Ключові слова: *в'язкість рідини, епітропна кристалічна фаза, ротаційний віскозиметр, температура.*

Вступ. У дисперсних системах і в техніці, зокрема, при використанні сучасних біопалив та моторних олій, важливу роль грає наявність у надтонких прошарках цих рідин орієнтаційно впорядкованих епітропно-рідкокристалічних (ЕРК) шарів [1,2]. Тому дослідження ЕРК фази (калориметричними, оптичними та реологічними методами) актуальне не тільки з теоретичної точки зору, а і з практичної. Принципово важливі результати [3] досліджень реологічним, тому що наявність ЕРК у тонкому шарі тріади тертя змазки визначає антифрикційні властивості останньої [4].

В цьому методі параметри ЕРК фази визначаються порівнянням одержаних у спеціальному¹ віскозиметру [5]) ізотермічних реологічних кривих течії різних за товщиною надтонких прошарків – залежності їх в'язкості η від швидкості деформації зсуву γ . За видом залежностей $\eta(T, d, \gamma)$ таких гетеро фазних прошарках (з долею ЕРК шарів, тим більшою, чим менше d) і встановлена [6,7] низка реологічних особливостей ЕРК фази, що суттєво впливають на важливі технічні характеристики моторних олій і біопалив. Проблемою, пов'язаною з конструктивною особливістю основного вузла віскозиметру при вимірах $\eta(T, d, \gamma)$ є необхідність знання і контролю температури безпосередньо у прошарку, що вимірюється. Але, в конструкції віскозиметру, як видно з показаної на рис. 1 схеми основного (з ротаційною парою та прошарком рідини) вузла, датчик температури і цей прошарок розділяють різні по товщині та тепловим властивостям матеріали,

Межі вимірювання в'язкості віскозиметром, призначеним для дослідження куетовської течії у тонких ($d = 1.5 \div 50$ мкм) прошарках рідин, при швидкості деформації у них $\gamma = 50 \div 5 \cdot 10^3$ (с⁻¹) складають $\eta = 0.001 \div 1$ (Па·с). Зі схеми видно, що датчик температури - коаксіальний терморезистор розміщено не в прошарку ротаційної пари, а в обоймі «зовнішнього» циліндру.

¹ Стандартні віскозиметри придатні лише для вимірювання порівняно «товстих» прошарків, в яких доля ЕРК не велика.

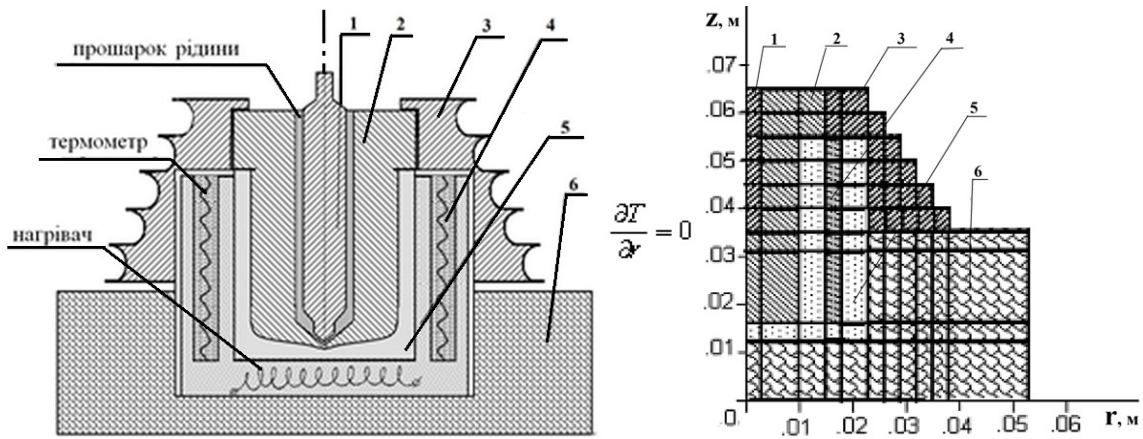


Рис.1. Схема основного вузла ротаційного віскозиметра і його кінцеелементна розрахункова модель. Деталі вузла: 1 – «внутрішній» циліндр ротаційної пари, голкоподібний стрижень (сталь), 2 – рухомий «зовнішній» циліндр (сталь), 3 – привідний шків (алюміній), 4 – ізоляційний теплопровідний наповнювач, 5 – обойма циліндра (сталь), 6 – теплоізоляційна основа (пінопласт).

Тому дійсне значення T^* прошарку відрізняється від показу датчика на деяку невідому величину ΔT . Визначення її ускладнює і те, що у процесі вимірювання завдяки внутрішньому тертю у прошарку виділяється теплота, потужність q якої пропорційнальна в'язкості η і квадрату швидкості деформації $q = \eta \gamma^2$ (Вт/м³).

Діючи в прошарку, це джерело тепла викликає його нагрівання і впливає на значення ΔT . Ускладнює її визначення і додаткове джерело тепла - прошарок мастила у іншій парі тертя: циліндр - обойма. Таке систематичне і залежне від d , η і γ значення температури T^* суттєво поліпшує надійність ізотермічності одержаних реологічних кривих і, як наслідок, надійність результатів досліджень.

Кількісно встановити ΔT можливо розв'язуванням крайової задачі теплопровідності по визначенню розподілу температурного поля в неоднорідному середовищі: прошарки рідини (в яких виділяється тепло) і деталі конструкції вузла, що їх оточують.

При розв'язуванні інженерних задач математичними методами реальні об'єкти досліджень замінюють розрахунковими моделями [8], які з певними припущеннями відображують властивості об'єктів. У якості основних використовують: напівобмежене тіло, необмежену пластину, суцільний циліндр, кулю, порожній циліндр та інші.

Але, ці моделі не описують об'єкти з більш складною геометрією у вимірювальних вузлах пристроїв, з неоднорідним просторовим розподілом теплофізичних характеристик. Врахування цих особливостей проводиться числовими методами: «сіток», «кінцевих різниць» або «кінцевих елементів» [9]. Прикладом необхідності їх використання є і реологічні виміри надтонких прошарків рідини у ротаційній парі вузла віскозиметру, який моделює реальну пару тертя: вал – прошарок змазки - обойма

В роботі [10] для встановлення розподілу температурного поля в вузлу ротаційної пари віскозиметра був застосований метод кінцевих різниць, але в зв'язку зі складною геометрією, розв'язування задачі з задовільною точністю отримати не вдалося. В [11] розглянуто узагальнення задачі проф. Н. П. Петрова про рух змазки в симетричному шару довільної товщини між обертовими циліндрами, для випадку врахування теплообміну і температурної залежності в'язкості. Часткове розв'язування цієї задачі при малому зазору поміж циліндрами дозволило встановити, що середнє відхилення розрахункових значень в'язкості від експериментальних в інтервалу температур $15 \div 65$ °C складає $3 \div 4$ %. Таким чином, є різні методами, але всі вони не придатні отримати рішення з необхідною точністю для такої складної геометрії системи, в якій є і ще 2 джерела тепла.

Для розрахунку температурного поля в описаному вузлі циліндричного ротаційного віскозиметра і коректного врахування процесу розігріву прошарку внаслідок виділення тепла в ньому, був застосований програмний комплекс, розроблений на базі розв'язування крайової задачі теплопровідності методом кінцевих елементів [9]. Математична модель комплексу використовує чотирикутні кінцеві елементи з квадратичною апроксимацією невідомої функції $T(r,z)$ в межах кінцевого елемента. Наявність тонкого прошарку виділення тепла враховувалась прямим інтегруванням [8] розподілу лінійній щільності тепловиділення вздовж вертикальної границі дотику двох сусідніх кінцевих елементів.

На рис.2 поряд з зображенням вертикального розтину вузла віскозиметра із врахуванням осевої симетрії зображена сітка, що накриває розрахункову область прямокутними кінцевими елементами.

Квадратична апроксимація пошукової функції $T(r,z)$ в межах кожного прямокутника виконується так званими координатними функціями (функціями форми) на восьми вузлах (рис.2). В локальних координатах (ξ, η) ці функції мають вигляд:

- для вузлів, розміщених в кутах прямокутників (точки з номерами $i = 1,3,5,7$)

$$N_1(\xi, \eta) = 0.25 \cdot (1 + \xi_i \cdot \xi) \cdot (1 + \eta_i \cdot \eta) \cdot (\xi_i \cdot \xi + \eta_i \cdot \eta + 1);$$

- для вузлів, розміщених на середині горизонтальних сторін ($i = 2,6$)

$$N_i(\xi, \eta) = 0.5 \cdot (1 - \xi^2) \cdot (1 + \eta_i \cdot \eta);$$

- для вузлів, розміщених на середині вертикальних сторін ($i = 4,8$)

$$N_i(\xi, \eta) = 0.5 \cdot (1 - \eta^2) \cdot (1 + \xi_i \cdot \xi).$$

На рис.2 показані графіки розподілу координатних функцій $N_1(\xi, \eta)$ і $N_2(\xi, \eta)$ в межах чотирикутного кінцевого елемента. Графіки розподілу координатних функцій для інших непарних вузлів аналогічні розподілу функції $N_1(\xi, \eta)$, а для парних вузлів – функції $N_2(\xi, \eta)$.

Координатні функції відображають квадрат в локальних координатах (рис.2) на криволінійний чотирикутник в абсолютних координатах. Відображення виконується за формулами: $r = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \cdot r_i$; $z = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \cdot z_i$,

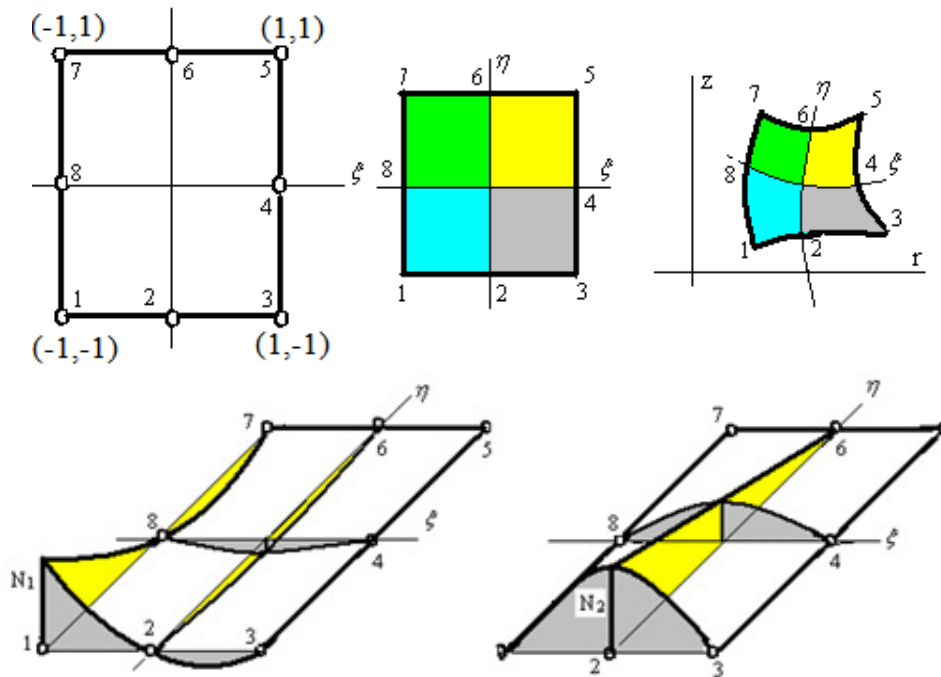


Рис.2. Координатні функції чотирикутного елемента

де r_i, z_i – координати вузлів кінцевих елементів.

За допомогою координатних функцій рівняння теплопровідності в циліндричних координатах виду (1) відносно функції $T(r, z)$:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left(\lambda_r \cdot r \cdot \frac{dT}{dr} \right) + \frac{d}{dz} \left(\lambda_z \cdot \frac{dT}{dz} \right) = -q(r, z) + \rho \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} \quad (1)$$

перетворюється в систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно значень цієї функції в вузлах апроксимації:

$$[K + H] \cdot [T] = [F] + [C] \cdot \left[\frac{dT}{dt} \right]. \quad (2)$$

Компоненти матриць в системі рівнянь (2) обчислюються через координатні функції:

- для матриці коефіцієнтів

$$k_{ij} = \lambda_r \cdot \int_z \int_r \frac{dN_i}{dr} \cdot \frac{dN_j}{dr} \cdot r \cdot dr \cdot dz + \lambda_z \cdot \int_z \int_r \frac{dN_i}{dz} \cdot \frac{dN_j}{dz} \cdot r \cdot dr \cdot dz;$$

$$h_{ij} = \int_r N_i \cdot N_j \cdot (\alpha_z \cdot r) \cdot r \cdot dr + \int_z N_i \cdot N_j \cdot (\alpha_r \cdot z) \cdot r \cdot dz;$$

- для матриці вальних членів (праві частини) $f_i = - \int_z \int_r N_i \cdot N_j \cdot q_i(r, z) \cdot r \cdot dr \cdot dz$;

- для матриці теплоємностей $c_{ij} = \rho \cdot c \cdot \int_z \int_r N_i \cdot N_j \cdot r \cdot dr \cdot dz$.

При розв’язуванні нестационарної задачі шляхом заміни $\frac{dT}{dt} = \frac{T_{j+1} - T_j}{\Delta t}$

$T = \frac{T_{j+1} + T_j}{2}$ реалізована ітераційна схема Кранка-Ніколсона:

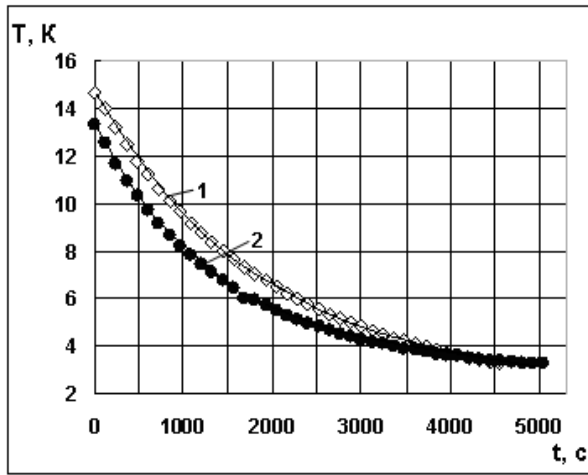


Рис. 3. Залежності різниці між середньою температурою вузла віскозиметра і температурою і навколишнього середовища від часу. Суцільні лінії - розрахункові криві 1 – $v = 0$ м/с, $\tau = 1600$ с, 2 – $v = 0,01$ м/с, $\tau = 1400$ с

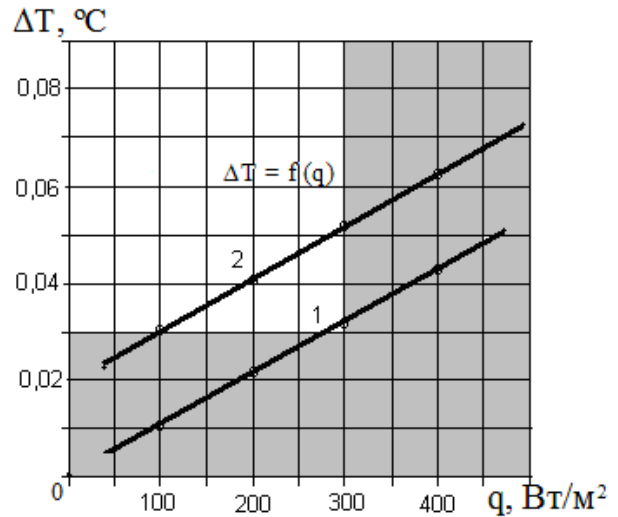


Рис. 4. Залежність перевищення ΔT середньої температури в зоні відділення тепла над середньою температурою в зоні вимірювання від потужності тепловиділення q 1 – без врахування виділення тепла в підшипнику, 2 – із врахуванням виділення цього тепла

$$\left[\frac{1}{2} \cdot [K] + \frac{1}{\Delta t} \cdot [C] \right] \cdot [T_{j+1}] = [F] - \left[\frac{1}{2} \cdot [K] - \frac{1}{\Delta t} \cdot [C] \right] \cdot [T_j]. \quad (3)$$

В результаті розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь (2) і визначення температури в вузлах сітки кінцевих елементів, за допомогою координатних функцій обчислюються значення температури в заданих точках моделі: $T(r, z) = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \cdot T_i$. В якості вхідних даних для розрахункових досліджень

задавали геометричні розміри елементів прямокутної сітки (рис.1); щільність і теплопровідність матеріалів в межах кожного прямокутного елемента; коефіцієнт конвекції α на поверхні вузла ротаційного віскозиметра; лінійна щільність тепловиділення в прошарку досліджуваної рідини $q = 2 \gamma \cdot \eta$.

Осьова симетрія конструкції враховується нульовими крайовими умовами Неймана вздовж осі z . Такі ж самі крайові умови задаються і на нижній торцевій поверхні тепло ізолюючої підкладки з пінопласту.

Коефіцієнт конвекції α визначали експериментально шляхом співставлення експериментальних і розрахункових кривих вистигання вузла віскозиметра для двох режимів роботи: коли зовнішній циліндр не обертається, і при обертанні (з лінійною швидкістю $v = 0.01$ м/с). Такі залежності описуються [10] функцією $(\dots) \exp(\dots) T t T t = \dots - \tau m$, де T_m – значення температури, з якого починається охолодження вузла віскозиметра. На рис.3 показані криві охолодження вузла віскозиметра які зняті експериментально при нерухомому зовнішньому циліндру (крива 1) і при його обертанні (крива 2). Розрахункові залежності, відповідні цим кривим, отримані при $\alpha = 8.52$ Вт/м²К (крива 1) і $\alpha = 9.74$ Вт/м²К (крива 2). Порівняння розрахункових і експериментальних залежностей показано на рис.3.

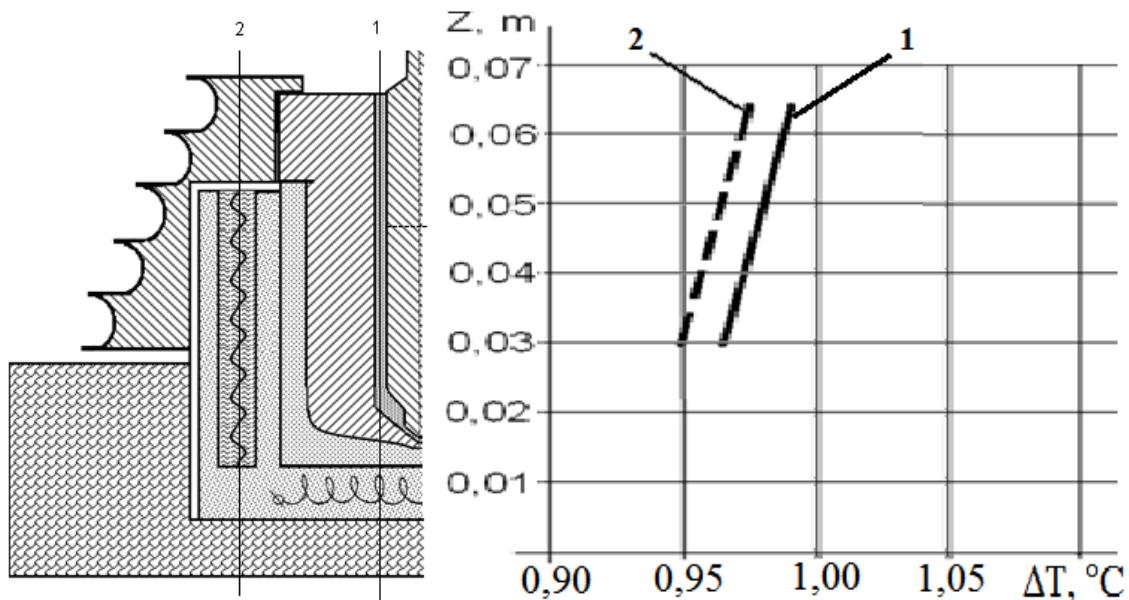


Рис. 5. Розподіл температури по висоті прошарку рідини (лінія 1) і по висоті термометра (лінія 2)

Основною величиною, від якої залежить різниця температури між зоною вимірювання і зоною виділення тепла, є потужність тепловиділення q_1 в прошарку рідини, що досліджується. Діапазон значення q_1 достатньо великий (від 0.015 до $2 \cdot 10^7$ Вт/м²). Безумовно, що при малому q_1 його вплив незначний і взагалі може не враховуватися. Тому розрахунки виконували в області середніх значень q_1 . Як приклад, наведені результати розрахункових досліджень коли зовнішній циліндр обертається, при $\alpha = 9.74$ Вт/м²К і $q_1 = 300$ Вт/м².

На рис.4 показано залежність перевищення середньої температури в зоні тепловиділення над середньою температурою в зоні вимірювання від потужності тепловиділення (лінія 1). Похибка вимірювання не перевищує $\Delta T = \pm 0,03$ °К, тому при $q_1 < 300$ Вт/м² вплив тепловиділення в прошарку досліджуваної рідини не виходить за межу точності вимірювання.

Щодо впливу другого тепловиділення q_2 - у прошарку змазки підшипника (зовнішній циліндр в обоймі, рис.1), товщина якого $D = 100$ мкм, на відміну від надтонкого прошарку рідини, яка досліджується, постійна. При $\eta = 0.15$ Па·с і $\gamma = 300$ с⁻¹, $q_2 = 1.5 \cdot 10^4$ Вт/м², (тобто на 3! порядку менше q_1). Ця потужність в розрахунковій кінцево-елементній моделі враховується у вигляді тепловиділення циліндричного поверхневого шару, розміщеного по границі, що розділяє підшипник і зовнішню поверхню сталевого циліндру. Так як зовнішня поверхня циліндра набагато більш за внутрішню, на якій знаходиться прошарок досліджуваної рідини, то загальне тепло, що виділяється в підшипнику, підвищує температуру досліджуваної рідини на $\Delta T = 0,02$ К. На рис.4 показано зміщення залежності перевищення ΔT середньої температури в зоні тепловиділення над середньою температурою в зоні вимірювання: без врахування додаткового виділення тепла в підшипнику (лінія 1) і із врахуванням тепловиділення в підшипнику (лінія 2). Видно, що лінія 1 ледве торкається зони, в якій враховується вплив тепловиділення досліджуваної рідини на її фізичні параметри. З одного боку цей вплив обмежується похибкою вимірювання $\Delta T = 0,03$ °К, а з другого

боку – максимально можливою потужністю тепловиділення $q < 300 \text{ Вт/м}^2$. Тому підшипник дещо поліпшує ситуацію. Лінія 2 добре входить в зону можливого врахування виділення тепла на в'язкість досліджуваної рідини.

Таким чином, при значних d та γ розрахована різниця ΔT між температурою в прошарку, який вимірюється, та показом датчика може перевищувати 0.5 К. З погляду надмірно чутливості залежності в'язкості мастил до температури (наприклад, для SAE 15W40 при її підвищенні на 100 К його в'язкість зменшується у 1000 разів) не врахування не поправки може суттєво вплинути на результатах визначення віскозиметром властивостей ЕРК шару. Відповідне врахування ΔT дозволило одержати добру згоду з результатами [2, 4, 6] встановлення температурної залежності його рівноважної товщини d_s оптичними методами. Це експериментально підтверджує необхідність використання ΔT і коректність її розрахунку.

Для ілюстрації картини розподілу температурного поля в вузлі віскозиметра виконували розрахунки температури в вузлових точках сітки кінцевих елементів для стаціонарного режиму нагрівання. На рис. 5 для порівняння показані графіки розподілу температури по висоті прошарку досліджуваної рідини і по висоті датчика температури.

Висновки. З використанням методу кінцевих елементів розроблено програмний комплекс, який дозволяє вирішити крайову задачу теплопровідності в складному вузлі ротаційного віскозиметру при вимірюванні ним надтонких прошарків рідини при стаціонарному режимі роботи. Отримане рішення задачі враховує геометричну конфігурацію та теплофізичні властивості складових цього вузла і те, що в ньому діють два джерела тепловиділення. Таке додаткове методичне забезпечення вимірювань спеціальним віскозиметром підвищує надійність результатів досліджень структурних властивостей ЕРК шарів, які грають значну роль у тріадах тертя.

Література:

1. *Алтоїз Б.А., Поповський Ю.М.* Фізика при поверхневих шарів рідини. – Одеса.: Астропрінт, 1996. – 153с.
2. *Поповський О. Ю., Алтоїз Б. А., Бутенко О. Ф., Копійка О.К.* Експлуатаційні характеристики нових змазуючих матеріалів біологічного походження // Фізика аеродисперсних систем – 2021.– №59. – С.201.
3. *Kiriyani S.V., Altoiz B.A.* The rheology of motor oils with quasi-liquid crystalline layers in a tribotriad // Friction and wear. – 2010. – Vol. 31, №3. – P.234.
4. *Kiriyani S.V., Altoiz B.A.* Viscosity and temperature dependences of mineral 15W40 motor oil in micron interlayers and structural characteristics of its quasiliquid crystalline wall layers // Friction and Wear.– 2012. – Vol. 33, №4. – P.274.
5. *Алтоїз Б.А., Асланов С. К., Бутенко О.Ф.* Ротаційний віскозиметр для дослідження мікронних прошарків // Фізика аеродисперсних систем – 2005.– №42. – С.53.

6. *Altoiz B.A., Popovskii A.Yu, Butenko A.F.* Structural characteristics of the epitropic liquid-crystalline layer of oleic acid // Фізика аеродисперсних систем. – 2018. – №55. – С.37.
7. *Поповский О. Ю., Алтоиз Б. А., Бутенко О. Ф.* Епітропні шари олеїнової кислоти. Орієнтаційна впорядкованість і реологічні характеристики // Фізика аеродисперсних систем. – 2019. – №. 57. – С. 34.
8. *Гавриш В.І.* Математичні просторові моделі визначення температурного поля із локально зосередженим тепловим нагріванням // Український журнал технологій. – 2022. – Т.4, №1. – С.21.
9. *Segerlind Larri* // J. Applied Finite Element Analysis. – Ney York.: Inc. John Wiley and Sons, 1978. – 392p.
10. *Altoiz B.A., Aslanov S.K., Kiriyan S.V.* Shear flow of a heterophase liquid interlayer and its structural-rheological model // Technical Physics – 2011. – Vol. 56, №8. – P.1100.
11. *Altoiz B.A., Aslanov S.K., Kiriyan S.V.* Structural rheological model of two-phase interlayer shear flow // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik. – 2011. – Vol. 62, №2. P.195.

Savin N.V., Altoiz B.A.

Solution of the thermal conductivity problem for a viscometer element with heat sources

SUMMARY

In experiments with an epitropic liquid-crystalline phase, when measuring ultra-thin (with this phase) liquid layers using a rotational viscometer, some difficulties arise in determining the temperature directly in them. The software package for calculating the temperature field distribution in a viscometer element using the finite element method ensures correction of the temperature sensor indication. The package is a necessary additional methodological support when using the viscosimeter set up.

Keywords: *liquid viscosity, epitropic crystal phase, rotational viscometer, temperature.*