

УДК 532.13

**Калінчак В.В., Черненко О.С., Жуковська О.В.**

*Одеський національний університет імені І.І. Мечникова*

*E-mail: teplophys@onu.edu.ua*

### **Потенційний вплив неізотермічності та градієнту концентрації на стоксівський рух кульки в водно-гліцеринних розчинах**

*Проводиться аналіз руху сталеві кульки діаметром 4.37 мм в водно-гліцеринних розчинах кімнатної температури. Показано, що незначна відмінність початкової температури кульки від температури розчину, суттєво впливає на зміну швидкості руху кульки. Це пов'язано з сильною залежністю динамічної в'язкості рідини від температури та концентрації води. Дослідження характеру руху кульки в водно-гліцеринному розчині показало, що попередньо перед проведенням дослідження необхідно перемішати його. При тривалому стаціонарному зберіганні відбувається гравітаційне розширення.*

*Для гліцерину, що знаходиться доволі багато часу відкритим в приміщенні, відмічене суттєве розширення. Так гігроскопічність гліцерину приводить до накопичення в нижній частині вертикальної кювети близько 7.4 об. % води. Це призводить до зменшення в'язкості рідини приблизно в 3 рази по відношенню до в'язкості гліцерину при тій же температурі, що впливає на значну зміну швидкості.*

*Експериментальне дослідження зміни швидкості руху кульки проводилося методом цифрової обробки відеоданих. Процес падіння кульки в рідині знімався за допомогою відеокамери з частотою 30 кадрів в секунду.*

*Результати експериментальних значень в'язкості водно-гліцеринних розчинів порівнювалися із розрахунковими значеннями по апроксимуючій формулі.*

**Ключові слова:** *в'язкість, водно-гліцеринні розчини, рух, кулька*

**Вступ.** Одним з поширених стандартних способів вимірювання в'язкості ньютіновських рідин є метод Стокса (або Гепплера), що базується на закономірностях руху кульки у в'язкому середовищі.

Обчислення коефіцієнта динамічної в'язкості рідини здійснюється за результатами вимірювання часу руху зі сталою швидкістю в ній кульок. Зазвичай при виконанні лабораторних робіт [1-3] в якості досліджуваної ньютіновської рідини вибирають гліцерин. Однак при порівнянні отриманих експериментальних і відомих табличних даних потрібно звертати на сильну температурну залежність в'язкості гліцерину при температурах, вищих за температуру кристалізації (18°C). Також сильний вплив може надати наявність абсорбованої води в гліцерині, тому що зазвичай колба з гліцерином знаходиться у відкритому стані і гліцерин є гігроскопічний.

Гліцерин і його водні розчини широко використовуються в багатьох галузях промислового виробництва, косметичних та фармацевтичних продуктах, в медицині і т.д. Водні розчини являються ефективними антифризами. У технічній літературі різними авторами [4 - 6] наводяться в достатній мірі погоджувальні між собою відомості про динамічну в'язкість гліцерину в широкому інтервалі (від –10 до 240 °C). Однак відомості по в'язкості водних розчинів практично

відсутні за виключенням довідника [4], де наведені калібрувальні залежності  $\mu(C)$  ( $C$  – масова концентрація гліцерину) всього для трьох температур: 20, 25, 30 °С. Тому вивчення впливу зміни граничних умов на в'язкість водних розчинів гліцерину представляють практичний та теоретичний інтерес.

**Метою даної роботи** стало дослідження руху сталеві кульки в водно-гліцеринових розчинах при різних початкових температурах кульки. За метою отримання експериментальних даних була використана цифрова обробка відеоданих руху кульки.

**1. Постановка задачі.** В основі експериментальної методики лежать уявлення і закономірності руху твердого тіла сферичної форми в в'язкому середовищі. Шарик кидають з деякої висоти  $h$  вертикально з нульовою початковою швидкістю (рис. 1). Нехтуючи опором повітря, і вважаючи кульку матеріальною точкою, розглядають його рух до потрапляння в рідину як рівноприскорений. Тоді на межі повітря-рідина кулька має швидкість:

$$u_1 = \sqrt{2gh}. \quad (1)$$

В результаті взаємодії кульки з поверхнею рідини і поступового занурення в в'язку рідину його швидкість зменшується і стає рівною  $v_0$ . Після занурення в рідину кулька продовжує рух під дією сили тяжіння, сили Архімеда і Стокса. Зміна швидкості визначається з рівняння руху:

$$\frac{du}{dt} = g \left( 1 - \frac{\rho_{liq}}{\rho} \right) - 18 \frac{\eta u}{\rho d^2}. \quad (2)$$

Використовуючи початкові умови ( $t = 0; u = u_0$ ) отримаємо рішення даного диференціального рівняння у вигляді залежності швидкості від часу руху кульки у в'язкій рідині:

$$u = u_s - (u_s - u_0)e^{-t/\tau}, \quad \tau = \frac{1}{18} \frac{\rho d^2}{\eta}, \quad (2)$$

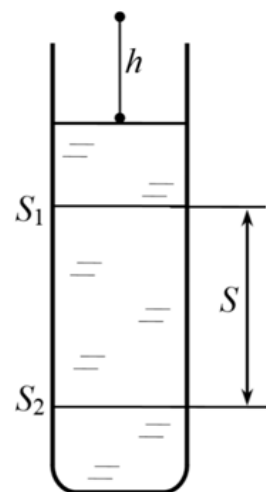
де  $d$  – діаметр кульки,  $\eta$  – динамічна в'язкість середовища.

Враховуючи що  $u = \frac{dx}{dt}$ , можна отримати залежність пройденого шляху від часу (початкова умова  $t = 0, x = 0$ ):

$$x = u_s t + (u_s - u_0)(1 + e^{-t/\tau})\tau. \quad (3)$$

Рівняння (3) застосувалося для визначення моменту часу і шляху, пройденого до цього моменту, коли рух з високим ступенем точності можна вважати рівномірним. Так при  $t = 4.5\tau$  швидкість руху кульки відрізняється тільки на 1 % від стаціонарного значення.

Коефіцієнт в'язкості розраховується для області стаціонарного руху за напівемпіричною формулою:



**Рис. 1.** Загальна схема експериментальної установки

$$\eta = \frac{1}{18} g d^2 \frac{\rho - \rho_{liq}}{u_s} \cdot \frac{1}{1 + 2.4 \frac{r}{R}} \cdot \frac{1}{1 + 3.3 \frac{r}{h}}, \quad (4)$$

Тут  $\eta$  – коефіцієнт динамічної в'язкості рідини,  $g$  – прискорення вільного падіння,  $g = 9.81 \text{ м/с}^2$ ;  $d, r$  – діаметр і радіус кульки,  $\rho$  – густина матеріалу, з якого зроблена кулька (як зазвичай це є, сталь),  $\rho_{liq}$  – густина рідини, в якій рухається кулька,  $R$  – радіус судини,  $h$  – висота посудини, яку вважають циліндричною вона приблизно дорівнює відстані, яку проходить кулька в режимі рівномірного руху.

Множник  $k_1 = \frac{1}{1 + 2.4r/R}$  враховує той факт, що кулька рухається в просторі циліндричної посудини, обмеженому стінками, а не в нескінченно протяжному суцільному середовищі. Множник  $k_2 = \frac{1}{1 + 3.3r/h}$  враховує той факт, що кульку рухається в посудині кінцевої висоти.

При різниці температур кульки і рідини необхідно враховувати теплообмін між ними. Стандартна модель прогріву (охолодження) сферичної твердої частинки в нерухомій рідині заснована на залежності середньої температури частинки  $\bar{T}$  від часу, яка визначається диференціальним рівнянням

$$c_c \rho_c V \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = -\alpha S (\bar{T} - T_{liq}), \quad \bar{T}(t=0) = T_b \quad (5)$$

$$\alpha = \frac{\lambda_g Nu}{d}, \quad S = \pi d^2, \quad V = \frac{1}{6} \pi d^3,$$

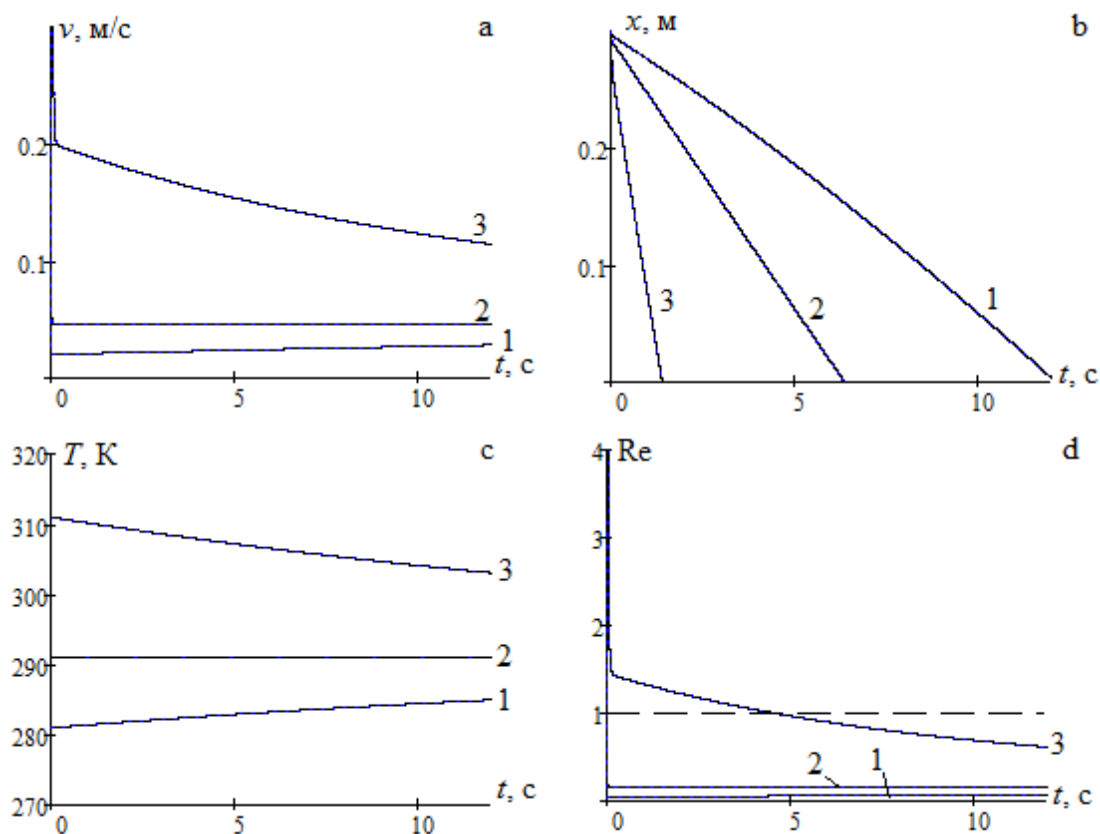
де  $T_{liq}$  – температура навколишнього середовища,  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі,  $S$  – площа поверхні частинки,  $V$  – об'єм частинки,  $c_c$  – теплоємність матеріалу частинки,  $\rho_c$  – густина матеріалу частинки,  $\lambda_g$  – коефіцієнт теплопровідності газу,  $Nu$  – число Нуссельта. Число Рейнольдса  $Re$  припущено досить малим, згідно із формалізмом стоксівської течії.

**2. Аналіз результатів численного розрахунку.** В результаті обробки даних [4-6] динамічна в'язкість водно-гліцеринових розчинів залежить від температури і концентрації води як

$$\mu = \mu_0 \exp\left(\frac{6674}{T}\right) \exp\left(-\left(0.653 - 1.6 \cdot 10^{-3} T\right) C\right). \quad (6)$$

При зміні температури водно-гліцеринового розчину з 20 до 30°C, його в'язкість падає в 2–3 рази. А при додаванні близько 4 мас.% води – в'язкість падає практично в 2 рази.

На рис. 2 представлені результати чисельного розв'язку системи рівнянь (1) – (2) при різних початкових температурах кульки діаметром 4.73 мм. Кулька падає в стовпі гліцерину висотою 0.3 м.



**Рис. 2.** Залежності швидкості, координати, температури кульки і числа Рейнольдса від часу при русі в гліцерині (температура 18 °С) при різних початкових температурах кульки: 1) 8 °С, 2) 18 °С, 3) 38 °С.

Для випадку ізотермічного руху спостерігається практично миттєве ( $4.5\tau = 20$  мс) встановлення стаціонарної швидкості (рис. 2а, крива 2). Зниження початкової температури на 10 °С приводить до збільшення часу падіння кульки (рис. 2, крива 1) майже в два рази. В'язкість гліцерину розраховується при середній температурі між температурою гліцерину і кульки. Температура збільшується повільно. Тому швидкість кульки збільшується квазістаціонарно (її зміна відбувається за рахунок зміни температури). Як і у випадку ізотермічного падіння, для попередньо холодної кульки число Рейнольдса є малим (менше 1). Це відповідає ламінарному обтіканню кульки, що необхідне для використання сили опору по закону Стокса.

Нагрівання кульки на 20 °С (рис.2, крива 3) значно прискорює час падіння кульки. Тут також можна спостерігати квазістаціонарне зменшення швидкості руху кульки. Однак на початку руху за рахунок більш високої температури кульки в'язкість гліцерину менша і число Рейнольдса стає більшим за одиницю. Тому для експериментальних досліджень необхідно нагрівати кульку не вище 40- 50 °С.

Зі збільшенням концентрації води відбувається зменшення в'язкості рідини, що приводить до збільшення швидкості руху. При концентрації 5 мас.% води в розчині відбувається порушення ламінарного руху кульки (число Рейнольдса стає більшим ніж одиниця).

**3. Аналіз експериментальних результатів.** Для дослідження вибиралися три рідини: чистий гліцерин, гліцерин з 5% об'ємною (4 % масовою) часткою води та водно-гліцериновий розчин з апріорі невідомою часткою води (зразок, що знаходився довгий час в лабораторних умовах з відкритою поверхнею). В якості кульок були взяті сталеві кульки діаметром  $d = 4.73\text{мм}$  та масою  $m = 0.437\text{ г}$  (густина  $\rho = 7887\text{ кг/м}^3$ ). Вибір саме сталевих кульок оснований на великому коефіцієнту чорноті поверхні, що дозволяє чітко спостерігати рух кульки на фоні прозорого водно-гліцеринового розчину.

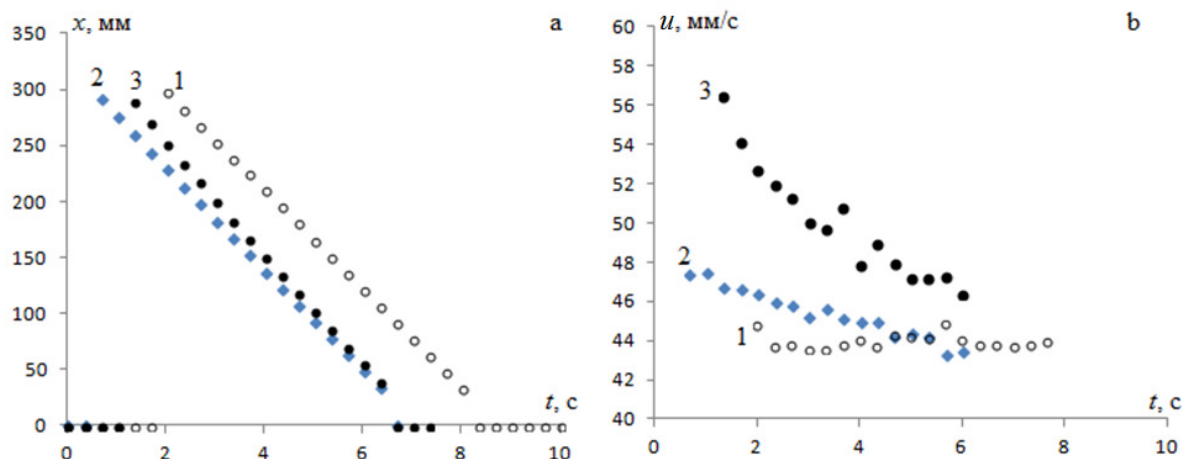
Рідини №1 та №2 наливали в прозору високу кювету з висотою 360 мм та шириною 39 мм. Висота рідини в кюветі 270 мм. Рідина №3 знаходилася в кюветі з висотою 420 мм та шириною 67 мм. Висота рідини в кюветі 400 мм. Кульки відпускали у верхньої відкритої поверхні кювети, тримаючи її пінцетом задля перешкоджанню додатковому нагріванню чи охолодженню від руки.

Для вкидання попередньо нагрітої чи охолодженої кульки, її напередодні закутували в поліетиленовий пакет (для запобігання змочування водою) і поміщали в стакан з теплою або холодною водою та ртутним термометром. Після нагрівання чи охолодження кульки в воді, кулька доставалася пінцетом з пакету і швидко занурюватися в рідину для вивчення її падіння.

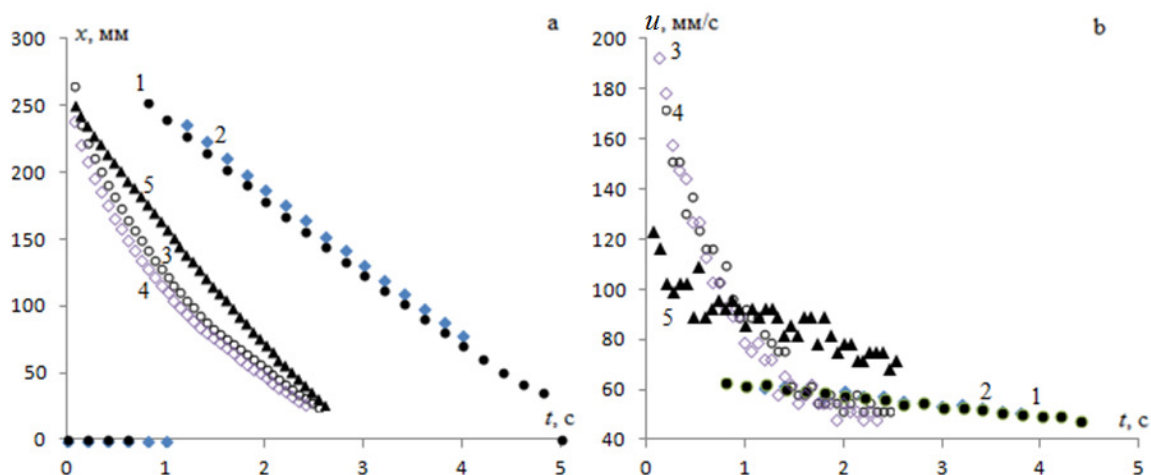
Процес падіння кульки в рідині знімався за допомогою відеокамери з частотою 30 кадрів в секунду. Відеокамера розташовувалася приблизно на рівні центру кювети таким чином, щоб в об'єктив потрапляла цілком вся кювета. Біля кювети поміщали екран з аркушем паперу в клітинку з розмірами 5x5мм для визначення масштабу та корекції його до довжині кювети.

Цифрова обробка кадрів в пакеті Matlab [7] дозволила визначити залежність з часом координати центру мас  $x(t)$  і швидкості руху  $u(t)$  кульки.

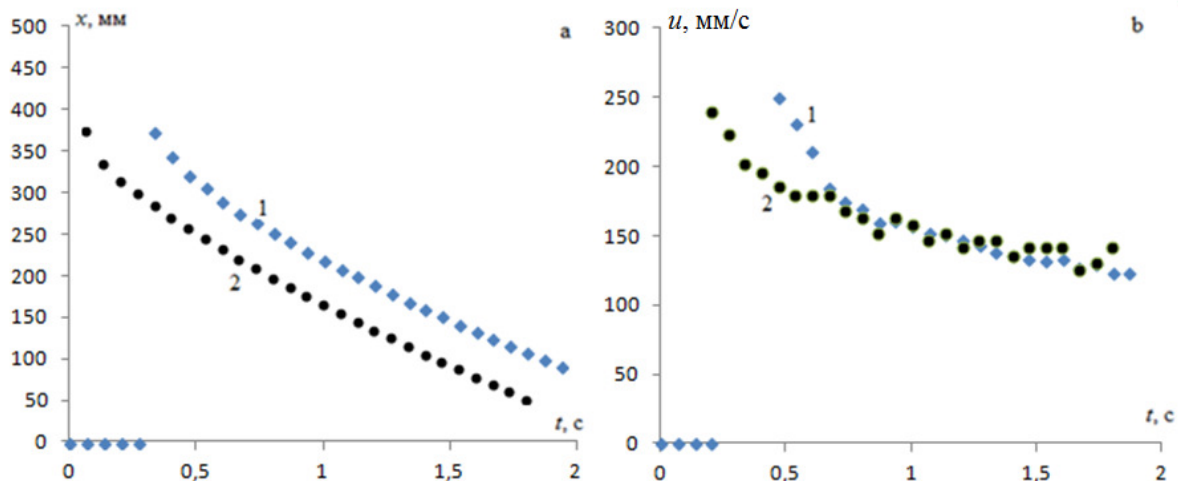
На рис. 3 представлені експериментальні результати руху сталевих кульок з різними початковими температурами в чистому гліцерині. Зміна координати кульки відбувається в кожному з цих випадків практично лінійно. Однак розрахунок швидкості показує якісну відмінність руху. Для попередньо нагрітої кульки швидкість руху практично в два рази більша за швидкість осідання. В процесі всього свого руху на всій довжині кювети швидкість не встигає досягти



**Рис. 3.** Координата та швидкість руху сталеві кульки в гліцерині (температура 18 °С) для різних початкових температур кульки: 1) 7°С, 2) 18 °С, 3) 45 °С.



**Рис. 4.** Часові залежності координати (а) та швидкості руху (б) сталеві кульки в гліцерині (криві 1, 2) та 5% водно-гліцериновому розчині (криві 3, 4 – не перемішаний, 5 – перемішаний, 18°C). Температура рідини 20 °C).



**Рис. 5.** Координата та швидкість руху сталеві кульки в лабораторному «гліцерині» (температура 18 °C) для різних початкових температурах кульки: 1) 18 °C, 2) 45 °C.

свого стаціонарного значення. Для ізотермічної кульки, як і для попередньо охолодженої, швидкість руху практично залишається сталою. Так для розрахунку коефіцієнту динамічної в'язкості по формулі (4) було взято значення швидкості осідання  $u_s = 45$  мм/с. Для  $\rho_s = 7880$  кг/м<sup>3</sup>,  $d = 4.73$  мм,  $\rho_{liq} = 1258$  кг/м<sup>3</sup> отримаємо  $\mu_{\text{практ}} = 1.794$  Па·с, а згідно отриманої апроксимуючої формули (6) для 18°C маємо  $\mu_{\text{табл}} = 1.759$  Па·с.

На рис. 4 приведені данні для осідання кульки в гліцерині і водно-гліцериновому розчині. На відміну від чистого гліцерину (криві 1, 2), де швидкість осідання практично стала, в розчині швидкість осідання швидко падає від значення 3-4  $u_s$  до  $u_s$  (криві 3, 4). Це пов'язано з розшаруванням розчину в гравітаційному полі (вода легша за гліцерин). Значення швидкості в кінці цього руху говорить про те, що внизу колби знаходиться чистий гліцерин.

Ретельне перемішування (рис.4, крива 5) приводить до того, що швидкість осідання відносно повільно зменшується. Для оцінки коефіцієнту динамічної

в'язкості взято значення швидкості осідання в гліцерині при  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$   $u_s = 53\text{ мм/с}$ , а в ретельно перемішаному 5 об. %. водно-гліцериновому розчині коефіцієнту динамічної в'язкості відповідає значення швидкості осідання  $u_s = 90\text{ мм/с}$ .

Розрахунок по (4) дає при  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  для гліцерину  $\mu_{\text{практ}} = 1.523\text{ Па}\cdot\text{с}$ , а  $\mu_{\text{табл}} = 1.503\text{ Па}\cdot\text{с}$ . Для 5% розчину при  $18\text{ }^{\circ}\text{C}$   $\mu_{\text{практ}} = 0.887\text{ Па}\cdot\text{с}$ , а  $\mu_{\text{табл}} = 0.831\text{ Па}\cdot\text{с}$ .

Для лабораторного «гліцерину», який стоїть відкритий і не перемішується повинно також спостерігатися розшарування. В верхній частині більша частка води, в нижній – менша. Для розрахунку коефіцієнту динамічної в'язкості в нижній частині взято значення швидкості осідання  $u_s = 140\text{ мм/с}$ . Розрахунок по (4) дає при  $18\text{ }^{\circ}\text{C}$  для «гліцерину»  $\mu_{\text{практ}} = 0.577\text{ Па}\cdot\text{с}$ . Це значення згідно (6) при температурі  $18\text{ }^{\circ}\text{C}$  відповідає 6 мас.% гліцериновому розчину води або 7.4 об. %.

**Висновки.** В результаті роботи показано, що в залежності від початкової температури кульки в межах  $\pm 10\text{ К}$  відносно температури гліцерину, якісний характер руху змінюється. Це пояснюється сильною температурною залежністю в'язкості гліцерину. Таке перегрівання кульки можливе при доволі тривалому дотику руки експериментатора перед початком досліду.

Дослідження характеру руху кульки в водно-гліцериновому розчині показало, що попередньо перед проведенням дослідження необхідно перемішати його. При тривалому стаціонарному зберіганні виникають складні градієнти концентрацій.

Для гліцерину, що знаходиться доволі багато часу відкритим в приміщенні, відмічене розшарування. Так гігроскопічність гліцерину приводить до накопичення в нижній частині вертикальної кювети близько 7.4 об. % води. Це призводить до зменшення в'язкості рідини приблизно в 3 рази по відношенню до в'язкості гліцерину при тій же температурі.

### Література:

1. Руководство к лабораторным занятиям по физике / Под ред. Л.Л. Гольдина. – М.: Наука, 1973.с. 140-146, 672
2. Компьютерный лабораторный практикум по физике: уч.-метод. пособие /Сук А.Ф., Синельник И.В., Синельник А.В. – Харьков: Изд-во «Точка», 2011
3. Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу загальної фізики. Розділ «Механіка і Молекулярна фізика», для студентів хімічного факультету / укладачі: Калінчак В.В., Орловська С.Г., Черненко О.С. – Одеса: ОНУ імені І.І. Мечникова, 2012. – 58 с.
4. Ляшков В.И., Потапочник В.В. Вязкость водных растворов глицерина // Вестник ТГУ. – 1997. – Т.2, № 3. – С.337-339
5. Справочник химика. – М.-Л.: Химия, 1964. – Т.3. – 1005с.
6. Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент / под ред. В.А. Григорьев, В.М. Зорин. – 1988. – 560 с.
7. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в Simulink. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 432 с.

**Калинчак В.В., Черненко А.С., Жуковская О.В.**

## **Потенциальное влияние неизотермичности и градиента концентрации на стоксовское движение шарика в водно-глицериновых растворах**

### **АННОТАЦИЯ**

*Проводится анализ движения стального шарика диаметром 4.37 мм в водно-глицериновых растворах комнатной температуры. Показано, что незначительное отличие начальной температуры шарика от температуры раствора, существенно влияет на изменение скорости движения шарика. Это связано с сильной зависимостью динамической вязкости жидкости от температуры и концентрации воды. Исследование характера движения шарика в водно-глицериновом растворе показало, что предварительно перед проведением исследования необходимо перемешать его. При длительном стационарном хранении происходит гравитационное розшиару ния.*

*Для глицерина, что находится довольно много времени открытым в помещении, отмечено расслоение. Так гигроскопичность глицерина приводит к накоплению в нижней части вертикальной кюветы около 7.4 об. % воды. Это приводит к уменьшению вязкости жидкости примерно в 3 раза по отношению к вязкости глицерина при той же температуре.*

*Экспериментальное исследование изменения скорости движения шарика проводилось методом цифровой обработки видеоданных. Процесс падения шарика в жидкости снимался с помощью видеокамеры с частотой 30 кадров в секунду.*

*Результаты полученных значений вязкости водно-глицериновых растворов сравнивались со значениями по полученной аппроксимирующей формуле.*

**Ключевые слова:** *вязкость, водно-глицериновые растворы, движение, шарик.*

**Kalinchak V.V., Chernenko A.S., Zhukovskaya A.V.**

## **Potential influence of nonisothermality and concentration gradient on ball's Stokes motion in aqueous-glycerol solutions**

### **SUMMARY**

*The movement of a steel ball with a diameter of 4.37 mm in aqueous-glycerol solutions at room temperature is analyzed. It is shown that a slight difference between the initial ball's temperature and the solution temperature significantly affects the change in the ball speed. This is due to the strong dependence of the dynamic liquid viscosity on the temperature and water concentration. A study of the ball movement in aqueous-glycerol solution showed that it is necessary to mix it before the study. During long-term stationary storage, gravitational stratification occurs.*

*For glycerin, which is open for a long time indoors, delamination is observed. Thus, the glycerol hygroscopicity leads to the accumulation in the lower part cylinder of about 7.4 vol. % water. This reduces the liquid viscosity by about 3 times regarding the viscosity of glycerin at the same temperature.*

*An experimental study of changes in the ball speed was performed by digital video processing. The process of ball falling in the liquid was recorded using a video camera with a frequency of 30 frames per second.*

*The results of the obtained values of aqueous-glycerol solutions viscosity were compared with the values of the obtained approximating formula.*

**Key words:** *viscosity, aqueous-glycerol solutions, motion, ball.*