

УДК 541.128.2/3.06.681.521.52

**Бекшаев А. Я., Контуш С. М., Калугин В. В.**

*НИИ физики Одесского национального университета имени И.И. Мечникова  
E-mail: bekshaev@onu.edu.ua*

### **Определение дисперсного состава аэрозоля в лазерном анализаторе частиц с учетом гауссова распределения интенсивности в пучке света**

*Благодаря тому, что эффективность рассеяния света микрочастицей зависит от ее размера, оптический анализатор аэрозолей позволяет определять их дисперсный состав. Однозначная зависимость сигнала рассеяния от размеров нарушается, если измерительный объем освещается неоднородно, что типично для лазерных источников света. Описана математическая модель формирования совокупности импульсов рассеяния в неоднородном световом поле при анализе дисперсной системы с известным распределением частиц по размерам. Обратная задача восстановления дисперсного состава по набору амплитуд измеренных импульсов формулируется в виде интегрального уравнения, которое в случае гауссовой неоднородности светового поля сводится к уравнению Абеля и может быть решено аналитически. Подробно рассматривается упрощенный численный алгоритм, позволяющий найти числа частиц, размеры которых лежат в заданных интервалах.*

**Ключевые слова:** аэрозоль, дисперсный состав, лазерный счетчик, рассеяние света.

**Введение.** Оптические счетчики аэрозольных частиц принадлежат к числу важнейших приборов, позволяющих определять концентрацию и размеры частиц практически в любой пробе аэрозоля. Их работа основана на регистрации света, рассеянного каждой частицей. Этот принцип позволяет создавать высокочувствительные быстродействующие бесконтактные устройства, подходящие для оперативного мониторинга дисперсных систем и отдельных микрочастиц в реальном времени [1].

Известно много различных конструкций таких устройств (см., например, [1–6]). Почти все они используют лазерный луч, который создает освещенную область, пересекающую воздушный поток, содержащий исследуемые частицы (рис. 1). Лазерный луч распространяется вдоль оси  $z$  (см. рис. 1) и не попадает на фотодетектор благодаря непрозрачному экрану в центре объектива. Но если в потоке воздуха оказываются частицы, они рассеивают свет под разными углами, и этот рассеянный свет служит для обнаружения и определения свойств частиц. На рис. 1 изображена схема, в которой объектив фотодетектора собирает свет, рассеянный вперед под углами  $\theta_1 < \theta < \theta_2$ ), что является обычным решением в случае анализа сравнительно крупных частиц (диаметром порядка нескольких микрометров), когда рассеяние вперед преобладает [7].

Пролетая через освещенную область, каждая частица создает импульс рассеянного излучения, который преобразуется в фотодетекторе (как правило, это фотодиод или фотоумножитель) в электрический импульс, который усиливается и обрабатывается. Определение размера частиц основано на представлении,

что мощность рассеянного света растет с размером рассеивателя, так что сравнение выходного электрического сигнала с заранее установленной зависимостью амплитуды сигнала от размера частицы (который обычно характеризуется ее радиусом  $a$ ), выраженной с помощью калибровочной кривой, дает возможность узнать этот размер.

Такая процедура предполагает существование взаимно-однозначной связи между размером частицы  $a$  и амплитудой соответствующего сигнала рассеяния  $f(a)$ . Однако на практике эта связь нарушается, главным образом, по двум причинам:

1) Из-за внутричастичных резонансов, предсказываемых теорией Ми [7], рассеяние немонотонно зависит от размера частицы;

2) Интенсивность лазерного пучка неоднородна в пространстве, и потому даже совершенно идентичные частицы могут создавать импульсы разной амплитуды, если они пересекают пучок по разным случайным путям (см. рис. 2б).

Известны разные способы частичного или полного устранения указанных неопределенностей [1–4]. С немонотонностью калибровочной кривой можно бороться путем использования немонахроматических источников излучения и комбинации в приемном канале световых сигналов, рассеянных под разными углами [5]. Влияние неоднородности лазерного пучка пытаются устранить путем формирования очень широкого светового пучка, так чтобы пробный поток воздуха пересекал лишь его центральную часть, где интенсивность почти не зависит от координат, или формируя пучок с П-образным распределением интенсивности, когда все частицы, попавшие в измерительный объем счетчика (см. рис. 1), испытывают действие светового поля одной и той же интенсивности, или не испытывают его вообще [8,9]. Эти и подобные меры решают задачу устранения неопределенности измеряемого размера частиц, но связаны с усложнением конструкции счетчика, дополнительными потерями световой энергии и т.д.

Но возможен и другой подход, когда упомянутая неопределенность устраняется не аппаратно, а с помощью соответствующей обработки измеренных данных [8,9]. При этом используется тот факт, что в прокачиваемой пробе воздуха содержится много частиц с некоторым распределением по размерам, и именно плотность этого распределения  $W(a)$  является целью анализа. Пересекая освещенную область с неоднородным распределением интенсивности  $I(x)$ , эти частицы создают случайный массив импульсов, амплитуды которых распределены с некоторой плотностью  $P(A)$ . Вид функции  $P(A)$  определяется своеобразной «сверткой» распределений  $W(a)$  и  $I(x)$ , что позволяет, зная  $P(A)$  и  $I(x)$ , восстановить исходное распределение частиц по размерам, т.е. практически решить главную задачу счетчика аэрозольных частиц без какого бы то ни было усложнения его конструкции. В работах [8,9] описаны численные алгоритмы этого процесса, основанные на дискретном представлении интегральной связи между  $W(a)$  и  $P(A)$  и решении соответствующей системы линейных уравнений.

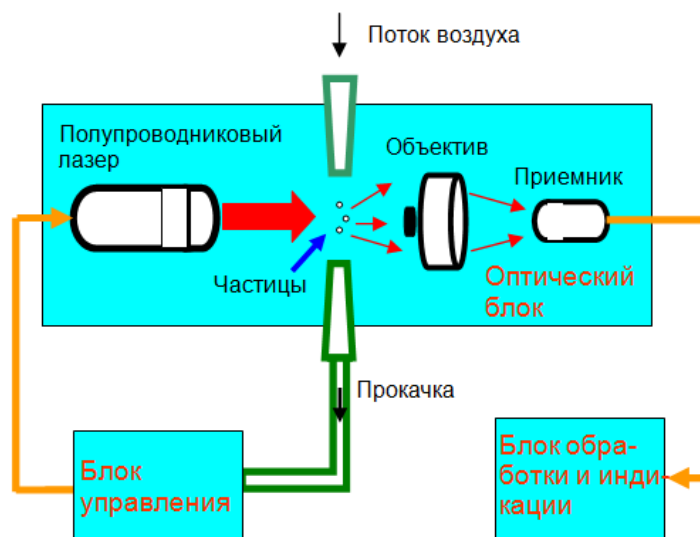


Рис. 1. Схема лазерного счетчика аэрозольных частиц

В данной работе на основе подхода, который по математической сути аналогичен [8], благодаря учету специфических свойств лазерного пучка и исследуемых аэрозолей, достигается аналитическое решение задачи восстановления  $W(a)$ . Кроме того, предложен метод численного решения практически важной задачи «грубого» определения размерных фракций аэрозоля, нивелирующий влияние немонотонности калибровочной кривой.

**1. Математическая формулировка задачи.** Предположим, что в измерительном объеме формируется лазерный пучок, поперечное распределение интенсивности которого подчиняется, как обычно, закону Гаусса [10]

$$I(x) = \exp(-x^2/w^2), \quad (1)$$

где  $w$  – радиус гауссова пучка. Если частица радиуса  $a$  пролетает через область максимума интенсивности света, она создает в фотоприемном канале счетчика сигнал с амплитудой  $f(a)$ ; если она пролетает на расстоянии  $x$  от максимума, то амплитуда создаваемого сигнала равна  $f(a) I(x)$ .

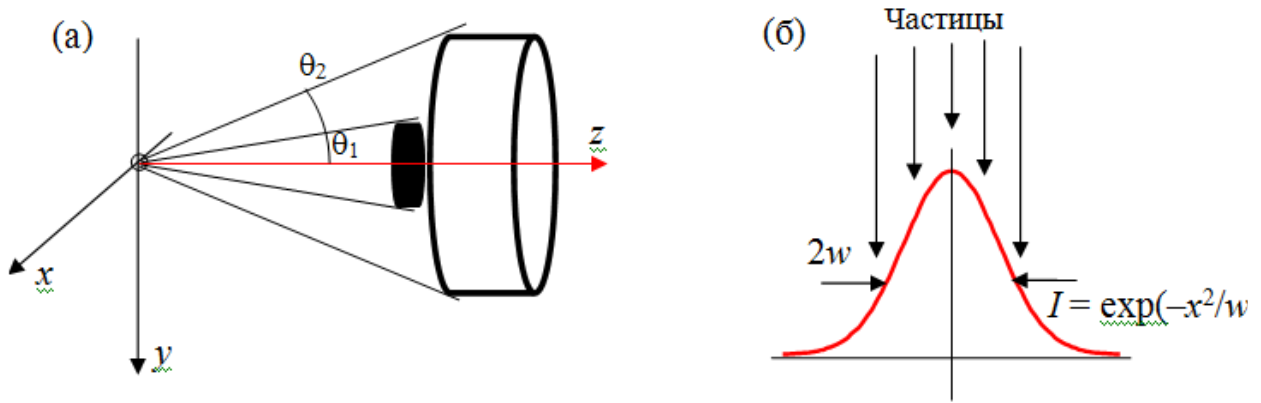
Пусть частицы распределены по размерам с плотностью  $W(a)$  и по расстояниям от оси пучка с плотностью  $n = \text{const}$  (равномерно). Эти плотности удовлетворяют условиям нормировки

$$\int_0^{\infty} W(a) da = 1, \quad \int_{-d}^d n dx = N,$$

где  $d$  – полуширина пучка частиц,  $N$  – полное число частиц, и  $n = N/2d$ . Общее число импульсов, создаваемых пролетающими частицами, также равно  $N$ :

$$N = \int_0^{\infty} W(a) da \int_{-d}^d n dx$$

(даже если частица проходит далеко от оси пучка, она все равно теоретически создает сигнал, пусть и очень малой амплитуды). Из них выберем импульсы,



**Рис. 2.** (а) Увеличенное изображение счетного объема и собирающего объектива счетчика, представленного на рис. 1; (б) Схема траекторий отдельных частиц относительно гауссова распределения интенсивности лазерного пучка

амплитуды которых лежат в интервале  $(A, A+dA)$ . Число таких импульсов равно  $P(A)dA$ , где

$$P(A) = \int_0^{\infty} \int_{-d}^d nW(a) \delta[A - f(a)I(x)] da dx. \quad (2)$$

Функция  $P(A)$  есть функция распределения импульсов по амплитудам, и она подчиняется условию  $\int_0^{\infty} P(A)dA = N$ .

Для всех дальнейших рассуждений существенно важно, чтобы  $f(a)$  была монотонной функцией. Это на самом деле является неременным условием для того, чтобы можно было судить о размерах частиц из измерений сигнала рассеяния, поэтому предположение о монотонности  $f(a)$  (точной или приближенной – другое дело) примем на данном этапе без обсуждения. Преобразуя в (2) аргумент дельта-функции и выполняя интегрирование по  $dx$ , получаем

$$P(A) = n \int_0^{\infty} W(a) \frac{da}{f(a)} \left( \left| \frac{dI}{dx} \right|_{x=x_0(a,A)} \right)^{-1}. \quad (3)$$

Здесь  $x_0(a, A)$  определяется условием  $f(a)I(x_0) = A$ ; если это условие не выполняется (например,  $A > f(a)$  или получаемое значение  $x_0(a, A)$  лежит за пределами интервала  $(-d, d)$ , то  $P(A) = 0$ ). Для гауссова пучка света с учетом (1) отсюда следует

$$P(A) = \frac{nw}{2A} \int_{a_f(A)}^{a_m(A)} W(a) \frac{da}{\sqrt{\ln[f(a)/A]}}, \quad (4)$$

где  $a_f(A)$  и  $a_m(A)$  определяются соотношениями

$$f(a_f) = A, \quad f(a_m) = A \exp\left(\frac{d^2}{w^2}\right). \quad (5)$$

Их смысл понятен: частицы размером  $a < a_f$  при любом положении относительно центра пучка дадут сигнал с амплитудой меньше  $A$ , а сигнал от частицы с радиусом  $a > a_m$  в любом случае будет превышать  $A$ , так что ни те, ни другие не дают вклада в  $P(A)$ . Для повышения чувствительности целесообразна высокая концентрация лазерного излучения; в то же время поперечный размер потока частиц  $d$  диктуется условиями прокачки и не может быть сделан очень малым. Поэтому в большинстве случаев  $d \gg w$ , и тогда верхний предел в (4) можно положить равным бесконечности. Во всяком случае, доля таких частиц, которые даже на дальней периферии пучка дают заметные сигналы рассеяния, всегда может быть сделана пренебрежимо малой, например, путем ограничения допустимых размеров частиц при помощи входного фильтра. Кроме того, при ограниченной ширине распределения  $W(a)$  учет конечного верхнего предела в (4) способен повлиять на вид функции  $P(A)$  только при очень малых  $A$ , обычно лежащих ниже порога измерения. Поэтому в дальнейшем будем считать, что в (4)  $a_m(A) \rightarrow \infty$ , т.е.

$$P(A) = \frac{nw}{2A} \int_{a_f(A)}^{\infty} W(a) \frac{da}{\sqrt{\ln[f(a)/A]}}. \quad (6)$$

Уравнение (6) связывает экспериментально измеряемое распределение  $P(A)$  с искомым распределением  $W(a)$  и, таким образом, дает исчерпывающую математическую формулировку задачи. К большому счастью, которое редко случается при работе с интегральными уравнениями, его можно решить совершенно точно. Подстановка  $t = \ln f(a)$ ,  $y = \ln A$  приводит (6) к уравнению типа Абеля  $p(y) = \int_y^{\infty} \frac{q(t)}{\sqrt{t-y}} dt$ , которое имеет решение  $q(t) = -\frac{1}{\pi} \frac{d}{dt} \int_t^{\infty} \frac{p(y)}{\sqrt{y-t}} dy = -\frac{1}{\pi} \int_t^{\infty} \frac{dp(y)}{dt} \frac{dy}{\sqrt{y-t}}$  (последнее равенство получается путем интегрирования по частям и справедливо если  $p(\infty) = 0$ ) [11].

В результате получаем точное аналитическое решение задачи восстановления плотности распределения частиц по размерам:

$$W(a) = -\frac{2}{\pi nw} \frac{d}{da} \int_{f(a)}^{\infty} \frac{P(A) dA}{\sqrt{\ln[A/f(a)]}}. \quad (7)$$

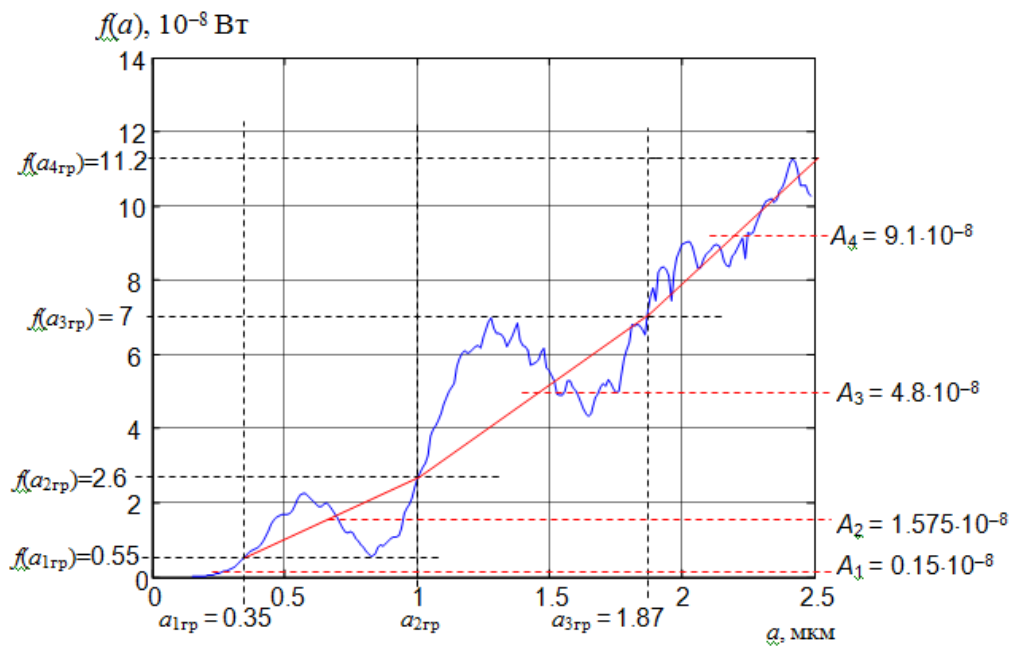
Это выражение может быть неудобно для расчетов из-за необходимости численного дифференцирования (чтобы не было ошибок, требуется большое число близко расположенных табличных данных). Но оно дает прямой рецепт вычисления кумулятивной функции распределения  $T(a) = \int_0^a W(a') da'$ :

$$\frac{2}{\pi nw} \int_{f(a)}^{\infty} \frac{P(A) dA}{\sqrt{\ln[A/f(a)]}} = \int_a^{\infty} W(a') da' = 1 - T(a). \quad (8)$$

**2. Пример восстановления дисперсного состава аэрозоля.** Таким образом, пользуясь формулами (7) и (8) можно найти распределение частиц по размерам  $W(a)$ , если измерениями установлено распределение сигнальных импульсов по амплитудам  $P(A)$ . Однако на практике эту задачу легче решить непосредственно путем численного обращения уравнения (4). Мы проиллюстрируем эту процедуру на примере счетчика типа изображенного на рис. 2 со следующими параметрами:  $w = 0.1$  мм,  $d = 0.5$  мм, длина волны лазера  $\lambda = 0.85$  мкм, рассеянное излучение собирается между конусами с углами раствора  $\theta_1 = 8^\circ$  и  $\theta_2 = 30^\circ$ . Условно примем, что в центре лазерного пучка интенсивность излучения равна  $1 \text{ Вт/см}^2$  (это соответствует мощности лазера  $\sim 0.3$  мВт; при большей мощности все амплитуды  $f(a)$  и  $A$  пропорционально возрастут, но это не повлияет на конечный результат). Пусть проба содержит только частицы полистирена с показателем преломления  $m = 1.585$ ; кроме того, в согласии с обычной практикой будем считать, что проба подвергается предварительной фильтрации, так что диаметры частиц заключены в пределах от  $0.3$  мкм до  $5$  мкм ( $0.15 \text{ мкм} < a < 2.5 \text{ мкм}$ ). В этих условиях рассчитанная по теории Ми [7] амплитуда сигнала  $f(a)$  представляется синей кривой на рис. 3. Видно, что она существенно немонотонна. Однако при некоторых часто встречающихся условиях это обстоятельство не мешает правильно определить распределение частиц по размерам.

Дело в том, что, как правило, точную плотность распределения частиц знать не надо. Гораздо важнее установить, какие доли всего массива частиц попадают в некоторые заранее установленные интервалы размеров (размерные фракции). Если мы выберем границы интервалов так, чтобы немонотонность калибровочной кривой сказывалась только на «перераспределении» частиц внутри интервала, эта немонотонность не будет иметь значения для определения размерных фракций. В ситуации рис. 3 это достигается, если границы интервалов выбраны в точках  $a_{jzp}$ , показанных на рисунке и приведенных в таблице; им соответствуют диапазоны амплитуд сигналов с границами  $A = f(a_{jzp})$ . Таким образом, вся допустимая область размеров частиц разбивается на четыре интервала (см. второй и третий столбцы таблицы); соединяя точки синей кривой, соответствующие границам интервалов (пересечения черных штриховых линий на рис. 3), получаем монотонную аппроксимацию калибровочной кривой (изображена красным цветом). Далее интеграл (4) заменяется суммой членов, соответствующих введенным интервалам и диапазонам. Например, для значения  $P(A_1)$ , где  $A_1$  лежит в первом диапазоне, интеграл (4) (или (6)) представляется в виде суммы четырех слагаемых

$$P(A_1) = \frac{nw}{2A_1} \left[ \int_{a_f(A_1)}^{a_{1zp}} W(a) \frac{da}{\sqrt{\ln[f(a)/A_1]}} + \int_{a_{1zp}}^{a_{2zp}} W(a) \frac{da}{\sqrt{\ln[f(a)/A_1]}} + \int_{a_{2zp}}^{a_{3zp}} W(a) \frac{da}{\sqrt{\ln[f(a)/A_1]}} + \int_{a_{3zp}}^{a_{4zp}} W(a) \frac{da}{\sqrt{\ln[f(a)/A_1]}} \right]. \quad (9)$$



**Рис. 3.** Синяя кривая – зависимость сигнала рассеяния вперед в конусе  $8^\circ < \theta < 30^\circ$  от радиуса полистироновых частиц ( $m = 1.585$ ) при  $\lambda = 0.85$  мкм, красная кривая – ее монотонная аппроксимация  $f(a)$

Во всех интегралах, кроме первого, подынтегральная функция регулярна; с помощью теоремы о среднем их можно приближенно определить по формуле

$$\int_{a_n}^{a_k} W(a) \frac{da}{\sqrt{\ln f(a) - \ln A}} \approx W(a_c) \frac{\Delta a}{\sqrt{\ln f(a_c) - \ln A}}, \quad \Delta a = a_k - a_n, \quad (10)$$

$a_c$  – некоторое среднее значение внутри интервала (на практике выбирается «на глаз», см. столбцы  $a_i$  и  $A_i$  таблицы). В первом интеграле (9) из-за первого равенства (5) подынтегральная функция стремится к бесконечности на нижнем пределе, поэтому теорема о среднем неприменима. Его можно оценить, пользуясь следующим приемом. Сделаем замену переменной интегрирования  $\ln f(a) = t$ , тогда, поскольку при  $f(a) = A$   $t = \ln A$ ,

$$\int_{a_f(A)}^{a_k} W(a) \frac{da}{\sqrt{\ln f(a) - \ln A}} = \int_{\ln A}^{\ln f(a_k)} \left[ W(a) \frac{f(a)}{(df/da)} \right]_{f(a)=\exp(t)} \frac{dt}{\sqrt{t - \ln A}}.$$

Выражение в квадратных скобках не имеет особенностей, и его среднее значение (при некотором  $a = a_c$ ) может быть вынесено из-под знака интеграла, а оставшаяся под интегралом функция может быть проинтегрирована точно. Таким образом, получаем

$$\begin{aligned} \int_{a_f(A)}^{a_k} W(a) \frac{da}{\sqrt{\ln f(a) - \ln A}} &\approx \left[ W(a) \frac{f(a)}{(df/da)} \right]_{a=a_c} \int_{\ln A}^{\ln f(a_k)} \frac{dt}{\sqrt{t - \ln A}} \approx \\ &\approx W(a_c) \frac{f(a_c)}{f(a_k) - f(a_f)} \Delta a \cdot 2 \sqrt{\ln \frac{f(a_k)}{A}}. \end{aligned} \quad (11)$$

**Таблица.** Параметры интервалов, по которым распределяются размеры частиц

Границы интервалов			Значения внутри интервалов		
$j$	по радиусу частицы, $a_{jгр}$ , мкм	по $A = f(a_{jгр})$ , $10^{-8}$ Вт	$i$	$a_{ic}$ , мкм	$A_{is}$ , $10^{-8}$ Вт ( $\approx f(a_{ic})$ ),
0	0.15	$4.22 \cdot 10^{-3}$	1	0.25	0.15
1	0.35	0.55			
2	1.0	2.6	2	0.675	1.575
3	1.87	7			
4	2.5	11.2	3	1.435	4.8
			4	2.185	9.1

Согласно (4), (6), область интегрирования сжимается с ростом  $A$ . Соответственно и число слагаемых в аппроксимации уменьшается: если для  $P(A_1)$  из первого интервала ( $0.15 < a < 0.35$ ) имеются четыре слагаемых (см. (9)), то для  $P(A_2)$  из второго интервала ( $0.35 < a < 1.0$ ) будет только три слагаемых, для  $P(A_3)$  из третьего интервала ( $1.0 < a < 1.87$ ) – два, и для четвертого, последнего – один. При этом в каждой сумме первое слагаемое вычисляется аналогично (11), а остальные – по примеру (10). В результате получаем систему алгебраических уравнений, которая приближенно выражает ту же зависимость, что и исходное интегральное уравнение (4). Заметим, что описанная процедура аналогична известному методу, основанному на обращении матриц [8], но результат получается значительно быстрее благодаря физически обусловленному введению неравных интервалов с границами  $a_{jгр}$ .

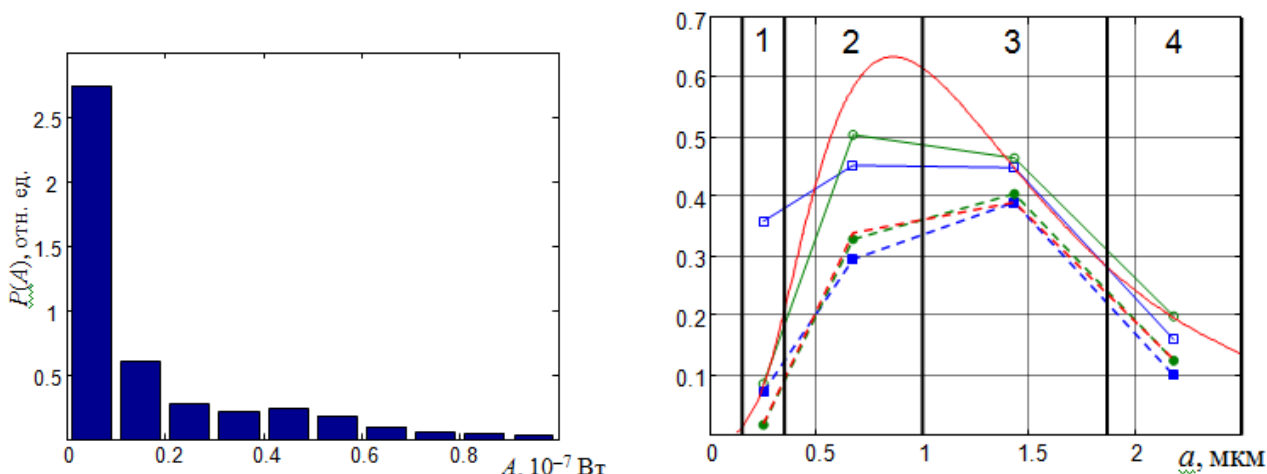
В рамках рассматриваемого примера предположим, что проба содержит 1000 частиц, размеры которых задаются случайным образом и распределены по логнормальному закону [7]

$$f(a) = \frac{1}{a\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln a - \mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (12)$$

с максимумом при  $a_m = \exp(\mu) = 1.25$  мкм и параметром разброса  $\sigma = 0.606$  мкм (средний радиус частиц  $a_c = 1.5$  мкм и дисперсия  $\text{var}(a) = 1.0$  мкм). После входной фильтрации, которая сохраняет только частицы с размерами  $0.15 \text{ мкм} < a < 2.5 \text{ мкм}$ , с помощью расчетной зависимости, выраженной синей кривой на рис. 3, вычисляется массив сигналов рассеяния. Полученное в результате распределение импульсов по амплитудам представлено на рис. 4 в виде гистограммы. Видно резкое преобладание слабых импульсов ( $A < 10^{-8}$  Вт), обусловленных частицами, пересекающими лазерный луч вдали от оси. Тем не менее, на основании этих данных оказывается возможным, пользуясь описанной выше процедурой численного решения уравнения (4), восстановить характеристики распределения частиц по размерам во входной выборке.

При численном решении (4) с разбиением области интегрирования на четыре интервала, описанных на рис. 3, получаются «эмпирические» значения





**Рис. 4.** Гистограмма распределения амплитуды сигналов рассеяния

**Рис. 5.** Характеристики распределения аэрозольных частиц по размерам. Сплошные линии – плотность распределения: теоретическая (12) (красная кривая), плотность распределения для конкретной реализации случайного набора частиц, использованной при расчете (зеленая, кружки), и восстановленная на основе совокупности сигналов с гистограммой рис. 4 (синяя, квадраты). Штриховые линии – распределение по интервалам (границы интервалов показаны жирными вертикальными прямыми, номера, соответствующие табл. 1, указаны сверху): теоретическое, следующее из (12) (красная линия), распределение для данной конкретной реализации (зеленая, заполненные кружки) и распределение, восстановленное на основе анализа совокупности сигналов с гистограммой рис. 4 (синяя, заполненные квадраты)

плотности вероятности в четырех точках  $W(a_{ic}), a_{igr} < a_{ic} < a_{(i+1) гр}$  (см. таблицу) и относительные «населенности» соответствующих интервалов  $W(a_{ic}) \cdot (a_{(i+1) гр} - a_{igr})$ . Результаты представлены на рис. 5 (синие линии и точки). Для сравнения приведены также теоретические данные для распределения (12) при указанных значениях параметров (красные кривые и точки), а также характеристики конкретной реализации случайной совокупности частиц, использованной при расчете (зеленые линии и точки).

**Обсуждение и заключительные замечания.** Как видно, результаты восстановления оказались довольно близкими к параметрам исходного дисперсного состава аэрозоля. Особенно близко к реальному оказалось распределение частиц по фракциям, описанным в таблице: все штриховые линии почти сливаются, и только для самой малоразмерной фракции ( $a < 0.35$  мкм) восстановленная населенность оказывается заметно завышенной; для остальных интервалов ошибка восстановления не превышает 15%. Учитывая простоту и приближенный характер алгоритма, такое совпадение можно считать удовлетворительным (тем более, что в практических применениях, например, для анализа загрязнений воздуха [6], такая точность обычно достаточна).

Восстановление плотности распределения частиц не являлось нашей главной задачей, поэтому неплохое согласие данных, описываемых сплошными линиями, по крайней мере, в интервалах 2 – 4, дополнительно свидетельствует о

качестве предложенного алгоритма. Здесь опять наибольшее отклонение наблюдается в самом малоразмерном интервале 1. По-видимому, завышенные результаты для малоразмерных частиц связаны с тем, что слабые импульсы получаются как от малых, так и от больших частиц, если их пути лежат на достаточных расстояниях  $x$  от центра пучка (см. формулу (1)). Поэтому в анализируемой выборке сигналов заметно преобладание малых импульсов (первый столбец гистограммы на рис. 4), и даже малые относительные ошибки в идентификации некоторых слабых сигналов, как созданных малыми частицами, приводят к тому, что оценка числа малых частиц заметно завышается по сравнению с истинным значением.

Тем не менее, благодаря удовлетворительной точности, простоте обработки сигналов и подразумеваемой простоте конструкции прибора, предлагаемый алгоритм работы может с успехом применяться в портативных счетчиках частиц, предназначенных, например, для оперативного мониторинга воздушной среды.

#### Литература:

1. Aerosol measurement: principles, techniques, and applications / *Paul A. Baron, Klaus Willeke*, Eds. – N.Y.: Wiley, 2001. – 1131 p.
2. Particle Counters: – Industry Expert Reviews, Comparisons & Comments. – BPA Air Quality Solutions LLC. – 2005-2006. /<http://www.particlecounters.org>
3. *Luo J., Trampe A., Fissan H.* A new particle counter using nonimaging optics and real-time correlation filter for particle detection // *Aerosol Science & Technology*. – 1999. – Т. 30. – №. 6. – С. 545-555.
4. *Lawless P. A., Mastrangelo S. V. R.* Theoretical response of laser aerosol spectrometers and data inversion by stochastic reconstruction // *Aerosol science and technology*. – 2004. – Т. 38. – №. 5. – С. 409-423.
5. *Bekshaev A. Ya., Kalugin V. V., Kontush S. M.* Laser analyzer of aerosol particles with monotonic calibration curve // *Вісник Одеськ. нац. ун-ту*. – 2006. – Т. 11, вип. 7. Фізика. – С. 107–111.
6. *Контущ С. М., Щекатолина С. А., Дыханов С. М.* Применение лазерного счетчика частиц для измерения чистоты воздуха // *Холодильна техніка та технологія*. – 2013. – Т. 49. – №. 6. – С. 60-65.
7. *Bohren C. F., Huffman D. R.* Absorption and scattering of light by small particles. N.Y.: Wiley, 1983. – 660 p.
8. *Holve D., Self S. A.* Optical particle sizing for in situ measurements Parts 1, 2 // *Applied Optics*. – 1979. – Т. 18. – №. 10. – С. 1632–1652.
9. *Nicoli D. F., Toumbas P.* Sensors and methods for high-sensitivity optical particle counting and sizing. US Patent No 7127356 B2, Int. Cl. G01N 15/02, Oct. 24, 2006.
10. *Ананьев Ю. А.* Оптические резонаторы и лазерные пучки. – М.: Наука, 1990. – 264 с.
11. *Михлин С. Г.* Лекции по линейным интегральным уравнениям. – М.: ГИФМЛ, 1959. – 234 с.

**Bekshaev A. Y., Kontush S. M., Kalugin V. V.**

**Determination of the aerosol disperse composition by a laser particle analyzer with Gaussian distribution of the light beam intensity**

SUMMARY

*Optical devices for detection and sizing of aerosol microparticles (aerosol particle counters) employ the fact that the scattering efficiency, and accordingly, the scattering signal amplitude grows with the particle's size. This principle implies that all the analyzed particles "feel" the same optical field intensity. However, frequently the light beam intensity in the measured volume depends on the coordinates, and identical particles produce different scattering signals depending on their trajectory with respect to the light beam axis. In such situations, typical for laser light sources, the unambiguous relation between the particle size and the scattering signal amplitude is destroyed. However, the original particle-size distribution can be retrieved via a special mathematical processing, provided that statistical parameters of the particles' trajectories are known, as well as the spatial inhomogeneity of illumination. We develop the mathematical model describing formation of the scattering signals' set. It leads to an integral equation involving the probability densities of: (i) the scattering signal amplitude,  $A$ , distribution  $P(A)$ ; (ii) the particle radius,  $a$ , distribution  $W(a)$  in the original aerosol; the particle-trajectories' spatial distribution  $n(x)$  with respect to the light beam axis  $x = 0$ ; and the spatial distribution of the light intensity  $I(x)$  within the measuring volume. For the practical case of Gaussian  $I(x)$  and rectangular  $n(x)$ , the equation can be reduced to the known Abel equation, which enables to retrieve  $W(a)$  from the experimentally measured  $P(A)$  via the exact analytical expression. However, in many practical situations a numerical approximate approach may be more efficient. To this end, we describe in detail a simplified numerical procedure that enables to find the numbers of particles whose sizes lie within a few fixed intervals. Additionally, we show that a proper choice of such intervals can eliminate the harmful influence of the non-monotonic calibration curve of the aerosol counter. The algorithms and procedures are illustrated by numerical examples with a set of polystyrene particles whose sizes are distributed log-normally within the range  $0.3 \mu\text{m}$  to  $5 \mu\text{m}$ , analyzed by the aerosol counter that employs a semiconductor-laser beam of the wavelength  $0.85 \mu\text{m}$  and radius  $0.1 \text{ mm}$  crossing the  $1\text{-mm}$  air flow channel.*

**Keywords:** aerosol, dispersed composition, laser counter, light scattering.

**Бекшаєв О. Я., Контуш С. М., Калугін В. В.**

**Визначення дисперсного складу аерозоля в лазерному аналізаторі частинок з урахуванням гауссового розподілу інтенсивності в пучку світла**

АНОТАЦІЯ

*Завдяки тому, що ефективність розсіювання світла мікрочастинкою залежить від її розміру, оптичний аналізатор аерозолів може визначати їх дисперсний склад. Однозначна залежність сигналу розсіювання від розміру порушується, якщо вимірювальний об'єм освітлюється неоднорідно, що є типовим для лазерних джерел світла. Пропонується математична модель формування сукупності вимірювальних імпульсів при аналізі дисперсної системи з відомим розподілом часток за розмірами. Обернена задача відновлення дисперсного складу за відомим набором імпульсів розсіювання формулюється у вигляді інтегрального рівняння, яке в разі гауссової неоднорідності світлового поля зводиться до рівняння Абеля і може бути розв'язане аналітично. Детально описується спрощений чисельний алгоритм, що дозволяє знайти кількість частинок, розміри яких лежать у заданих інтервалах.*

**Ключові слова:** аерозоль, дисперсний склад, лазерний лічильник, розсіювання світла.