

Л.М. Михайловская

Одесский национальный университет

Влияние зависимости подвижности ионов от величины электрического поля на параметры положительного столба в узких газоразрядных трубках

Проведено совместное решение уравнения баланса энергии электронов и уравнения баланса числа заряженных частиц в положительном столбе стационарного тлеющего разряда с учетом зависимости подвижности положительных ионов от величины напряженности продольного электрического поля, устанавливающегося в разряде. При этом были определены зависимости внутренних параметров газового разряда, таких как электронная температура и напряженность продольного электрического поля, от давления, тока разряда и радиуса разрядного капилляра.

Исследование низкотемпературной плазмы положительного столба газового разряда в узких трубках представляет интерес не только в связи с использованием ее как активной среды в волноводных лазерах, но и для создания малогабаритных газоразрядных источников оптического излучения низкого давления [1,2]. Выходные характеристики устройств, использующих газовый разряд, зависят от значений внутренних параметров плазмы положительного столба, устанавливающихся в разряде. Для теоретического анализа зависимостей внутренних параметров газового разряда от величины тока разряда, от давления газа и от размера радиуса рабочего капилляра, а также от температуры наружных стенок газоразрядной трубки, обычно используют условие баланса энергии электронов в положительном столбе, условие баланса числа заряженных частиц и условие баланса энергии нейтральных атомов [1-3]. При этом оказывается, что для количественного описания электрических разрядов в газах необходима информация о подвижности положительных ионов. В работах по исследованию физических процессов в газовом разряде долгое время предполагалось, что скорость дрейфа ионов пропорциональна величине напряженности электрического поля, т.е. подвижность ионов постоянна, не зависит от электрического поля. Однако, как отмечается в [4,5], это выполняется только в несильных полях, когда приведенная напряженность поля $E/p \ll 10 \text{ В}/(\text{см} \cdot \text{Тор})^5$. В узких газоразрядных трубках это условие может нарушаться и тогда необходимо учитывать зависимость подвижности положительных ионов от величины поля.

В данной работе нас интересуют напряженность установившегося в разряде продольного электрического поля и значение электронной температуры, в локальном приближении постоянной по сечению разрядного капилляра. Проведено совместное решение уравнений баланса числа заряженных частиц и балан-

⁵ 1 Тор = 1 мм.рт.ст. = 133.32 Па

са энергии электронов относительно электронной температуры T_e и величины продольного электрического поля E в положительном столбе стационарного тлеющего разряда. При этом была учтена зависимость подвижности положительных ионов от величины напряженности установившегося в разряде продольного электрического поля E . Численный расчет проводился для разряда в гелии, который является основой активных сред многих малогабаритных газоразрядных лазеров.

Известно, что положительный столб в тлеющем разряде служит для проведения электрического тока между катодом и анодом. На свойствах плазмы положительного столба не сказываются приэлектродные процессы. В однородном по длине положительном столбе свободные электроны постоянно исчезают вследствие диффузии к стенкам и вследствие рекомбинации в объеме с положительными ионами. Убыль электронов должна быть восполнена ионизацией нейтральных атомов рабочего газа.

Необходимым условием существования стационарного разряда в газах является поддержание постоянной во времени концентрации заряженных частиц. Баланс числа заряженных частиц в плазме положительного столба низкого давления определяется процессами ионизации в объеме газа и последующими потерями вследствие диффузионных уходов электронов и ионов на стенки газоразрядной трубки. Уравнение баланса числа заряженных частиц в разряде, который контролируется амбиполярной диффузией, с учетом только прямой ионизации атомов в основном состоянии в результате столкновений с электронами плазмы приводит к следующему распределению заряженных частиц по сечению цилиндрической разрядной трубки: $n(r) = n(0) \cdot I_0\left(r \cdot \sqrt{\nu_i / D_{am}}\right)$. Здесь $I_0(x)$ – функция Бесселя первого рода, r – расстояние от оси трубки, ν_i – частота ионизации нейтральных атомов, коэффициент амбиполярной диффузии $D_{am} = \mu_i \cdot kT_e / e$, μ_i – подвижность ионов, зависящая от рода газа и от его концентрации и температуры. Граничное условие $n(R_0) = 0$ дает известное соотношение Шоттки $\nu_i = D_{am} (2.4/R_0)^2$ между параметрами плазмы и радиусом трубки R_0 . Причем, здесь $D_{am} (2.4/R_0)^2 = \nu_d$ – это частота диффузионных уходов заряженных частиц на стенки трубки. Согласно [1], при максвелловском спектре энергии электронов, частота прямой ионизации определяется выражением $\nu_i = \bar{\nu}_e C_i (U_i + 2kT_e) \exp(-U_i/kT_e) \cdot N_0$ и тогда условие Шоттки $\nu_i = \nu_d$ служит для нахождения электронной температуры и называется уравнением ионизационного равновесия [3]

$$\bar{\nu}_e C_i (U_i + 2kT_e) \exp(-U_i/kT_e) \cdot N_0 = \mu_i (kT_e/e) (2.4/R_0)^2 \quad (1)$$

Уравнение баланса энергии электронов, служащее основой для определения напряженности установившегося в разряде продольного электрического поля, включает мощность, расходуемую на нагрев газа в результате упругих столкновений электронов с атомами, мощность, уносимую заряженными частицами на стенки трубки, а также мощность, затраченную на ионизацию атомов. В ре-

зультате для напряженности продольного электрического поля в ПС получается выражение [2,6]

$$e^2 E^2 / m v_m = v_c \cdot \Delta \varepsilon_g + v_w \cdot \Delta \varepsilon_w + v_i \cdot U_i \quad (2)$$

Здесь v_m – эффективная частота столкновений электронов, v_c – частота упругих столкновений электронов с нейтральными атомами, $\Delta \varepsilon_g = 3m \cdot kT_e / M$ – потери энергии электрона при упругих столкновениях с нейтральными атомами, v_w – частота столкновений со стенками разрядной трубки, $\Delta \varepsilon_w$ – потери энергии при столкновениях со стенками, U_i – потенциал ионизации атома. Частота передачи энергии стенкам трубки для диффузионного режима горения разряда совпадает с частотой диффузионных уходов электронов на стенки, т.е. $v_w = v_d$. В работе [7] получено наиболее полное выражение для потерь энергии электронов, обусловленных уходом заряженных частиц на стенки трубки из-за диффузии и действия радиального электрического поля

$$\Delta \varepsilon_w = 3 \cdot kT_e + kT_e \cdot \ln \left(0.01 \cdot \sqrt[3]{R_0^2 \cdot n_e(0) / kT_e} \right) + e \Delta \varphi_s + e U_i.$$

Падение потенциала в пристеночном слое $\Delta \varphi_s$ определяется уравнением

$$(1 + 2e \Delta \varphi_s / kT_e) \cdot \exp(2e \Delta \varphi_s / kT_e) = M / (16\pi \cdot m).$$

Из приведенных уравнений ионизационного равновесия (1) и продольного электрического поля (2) видно, что для количественного описания электрических разрядов в газах необходима информация о подвижности положительных ионов.

Теоретическим и экспериментальным исследованиям движения ионов в газах под действием постоянного электрического поля посвящено очень много работ (см., напр., библиографию в [1,2,5,8], современные исследования в [9,10]). Последовательный строгий подход к вычислению скорости дрейфа ионов основан на рассмотрении кинетического уравнения для функции распределения ионов по скоростям – метод Чепмена – Энскога [11]. Подвижность ионов выводится на основе соотношения $\mu_i = V_{dr} / E$. Здесь V_{dr} – дрейфовая скорость, которая определяется как средняя скорость направленного движения ионов с помощью кинетического уравнения. При этом наиболее полно исследован случай слабых внешних электрических полях, при которых изменение потенциала внешнего поля на расстояниях порядка длины свободного пробега много меньше кинетической (тепловой) энергии частиц: $eE\lambda_i \ll kT$. В этом случае подвижность ионов не зависит от напряженности электрического поля. При выполнении обратного соотношения нарушается линейная зависимость скорости дрейфа от напряженности электрического поля и общее точное выражение для дрейфовой скорости значительно усложняется. Поэтому на практике, как правило, пользуются интерполяционными (аппроксимирующими) формулами, описывающими движение ионов в электрическом поле. Представим некоторые из них, при этом ограничимся движением ионов в собственном газе, когда массы атомов и ионов равны $M = M_i$.

В результате решения кинетического уравнения при средних значениях электрического поля $eE\lambda_i \approx kT$ дрейфовая скорость иона в собственном газе при некоторых условиях была найдена Смирновым [5]. Найденные таким образом численные решения для дрейфовой скорости были аппроксимированы зависимостью

$$V_{drS} = 6.115 \cdot 10^4 \left(\sqrt{t} \cdot E / \sqrt{A} \cdot \sigma_0 p \right) \cdot \left[1 + (E / \sigma_0 p)^{3/2} \right]^{-1/3} \quad (3)$$

В работах [4,12] приведена следующая интерполяционная формула для дрейфовой скорости ионов, которая была получена в приближении твердых шаров

$$V_{drW} = 20.85 \cdot 10^4 \left(\xi \sqrt{t} E / \sqrt{A} \cdot \sigma_0 p \right) \cdot \left[1 + \sqrt{1 + 1.286 (\xi E / \sigma_0 p)^2} \right]^{-1/2} \quad (4)$$

Наиболее простая интерполяционная формула для скорости дрейфа ионов была предложена в [13]

$$V_{drF} = 14.745 \cdot 10^4 \left(\xi \sqrt{t} \cdot E / \sqrt{A} \cdot \sigma_0 p \right) \cdot \left[1 + 0.567 (\xi E / \sigma_0 p) \right]^{-1/2} \quad (5)$$

В этих формулах использованы следующие обозначения: A – атомная масса иона, безразмерная температура $t = T^\circ K / 273$, $\sigma_{tr} = \sigma_0 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$ – транспортное сечение столкновений ионов с нейтральными частицами; p – давление газа в мм рт.ст., ξ – фактор порядка единицы, сложным образом зависящий от потенциала взаимодействия иона с нейтральным атомом. При этом напряженность электрического поля выражается в В/см, скорость дрейфа в см/с, а подвижность в $\text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

В низкотемпературной газоразрядной плазме ПС тлеющего разряда частота столкновений ионов с нейтральными частицами определяется либо поляризационным взаимодействием иона с атомом либо процессами перезарядки. Сечения рассеяния σ_{tr} в этих случаях разные.

При движении ионов в собственном газе частота столкновений определяется в основном сечением перезарядки и тепловой скоростью частиц. Сечение резонансной перезарядки иона, имеющего среднюю тепловую скорость $\bar{V}_i = \sqrt{8kT/\pi M_i} = 2.4 \cdot 10^5 \sqrt{t/A}$ см/с в принятых нами обозначениях приближенно равно [1] $\sigma_R = (1.2 \cdot 10^{-15} / U_i) \cdot [10.1 + 0.5 \cdot \ln(A \cdot U_i / t)]^2$ $[\text{см}^2]$, где U_i – потенциал ионизации в эВ. Отметим, что согласно [1] эта теоретическая формула справедлива с точностью примерно 50%. При температурах $T \gg 10K^\circ$ транспортное сечение резонансной перезарядки вдвое больше полного: $\sigma_{tr} = 2\sigma_R$. Следовательно, в выше приведенных формулах (3) – (5)

$$\sigma_0 = (2.4 / U_i) \cdot [10.1 + 0.5 \cdot \ln(A \cdot U_i / t)]^2. \quad (6)$$

Слабая логарифмическая зависимость сечения перезарядки от относительной температуры $t = T^\circ K / 273$ (позволяет использовать в (6) для оценок значение $t = 1$).

Из приведенных выражений (3) – (5) с учетом (6) видно, что характер зависимости подвижности ионов $\mu_i = V_{dr}/E$ от давления и температуры газа во всех приведенных итерационных формулах одинаков, а при увеличении напряженности электрического поля наблюдается монотонное уменьшение подвижности. Поэтому при теоретическом рассмотрении можно пользоваться любой из этих формул. Для численных оценок нужно подбирать разумное эффективное значение соответствующей величины из имеющихся экспериментальных данных. Численное сравнение показывают, что при тех же прочих параметрах подвижность ионов в приближении Смирнова меньше и с ростом поля изменяются более монотонно, чем остальные два приближения. Из формулы Смирнова для дрейфовой скорости (3) следует, что подвижность иона при малых напряженностях электрического поля $\mu_{i0s} = 6.115 \cdot 10^4 \sqrt{t} / (\sqrt{A} \cdot \sigma_0 p)$ см²/(В·с), а из формул (5) и (6) соответствующие значения значительно большие и равны $\mu_{i0w} = \mu_{i0f} = \xi \cdot 14.745 \cdot 10^4 \sqrt{t} / (\sqrt{A} \cdot \sigma_0 p)$ см²/(В·с). И только при значении фактора $\xi \approx 0.4$ они примерно одинаковы.

В данной работе для учета зависимости подвижности положительных ионов от величины напряженности продольного электрического поля E , устанавливающегося в разряде, используется интерполяционная формула

$$\mu_i = \mu_{i0} / \sqrt{1 + a \cdot E/p}, \quad (7)$$

которая следует из формулы (5) и именно в такой форме была предложена в [6]. Здесь $a = 0.567 \cdot \xi / \sigma_0$ – постоянная величина, зависящая, согласно (6), от рода газа. В частности, для гелия $a = 0.04$ Тор/В, подвижность в слабом поле $\mu_{i0} = 8.4 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{t}/p$ см²/(В·с).

Условие Шоттки для разряда в гелии, определяющее температуру электронов T_e в эВ, с учетом переменной подвижности ионов, взятой в форме (7), принимает вид

$$\sqrt{T_e} (2 + 24.6/T_e) \exp(-24.6/T_e) = 1.6 \cdot 10^{-2} t^{3/2} (1 + aE/p)^{-1} (pR_0)^{-2} \quad (8)$$

Преобразованное уравнение для напряженности электрического поля, установившегося в ПС разряда в гелии с учетом зависимости (7) можно записать как

$$E = 4.8 \cdot \frac{p}{t} \sqrt{\sqrt{T_e} \cdot \left(1 + \frac{2T_e}{24.6}\right) \exp\left(-\frac{24.6}{T_e}\right) + \frac{0.28 \cdot 10^{-2} T_e \cdot t^{3/2}}{\sqrt{1 + aE/p} (pR_0)^2}} \quad (9)$$

В данной работе проведено совместное решение уравнений (8) и (9), которые получены из уравнения баланса числа заряженных частиц (1) и уравнения баланса энергии электронов (2), относительно температуры электронов T_e и величины продольного электрического поля E в положительном столбе стационарного тлеющего разряда в гелии. При этом были определены зависимости данных внутренних параметров газового разряда T_e и E от внешних параметров, таких как давление, ток разряда и радиус разрядного капилляра с учетом теплового вытеснения газа из рабочего капилляра при нагреве рабочей среды током

разряда согласно закону Менделеева-Клапейрона $N_0 = p/kT$ [6,7]. Для этого была использована полуэмпирическая формула из [6] для температуры газа внутри трубки $t = 0.08 + 0.04 \cdot I_r$, где I_r – величина тока разряда в мА. Результаты численных расчетов приведены на рис.1,2.

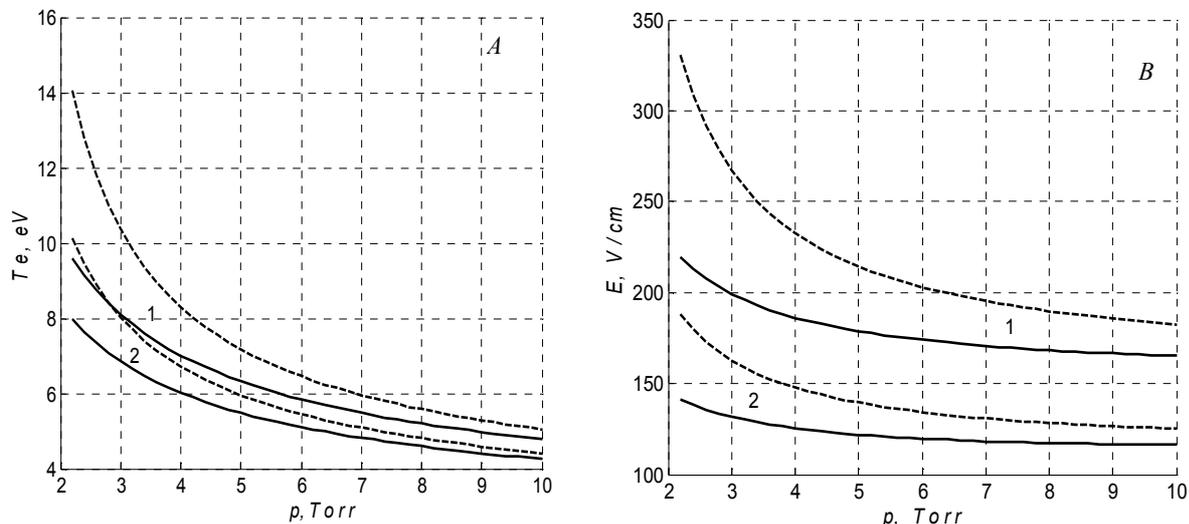


Рис.1. Рассчитанные значения температуры электронов (а) и напряженности электрического поля (b) в зависимости от давления газа в разряде гелия для тока разряда $I_r = 10 \text{ мА}$. 1 – радиус капилляра $R_0 = 0.05 \text{ см}$, 2 – радиус капилляра $R_0 = 0.07 \text{ см}$. Сплошные кривые – расчет с $\mu_i = \mu_i(E)$. Пунктирные кривые – расчет с $\mu_i = \mu_{i0}$

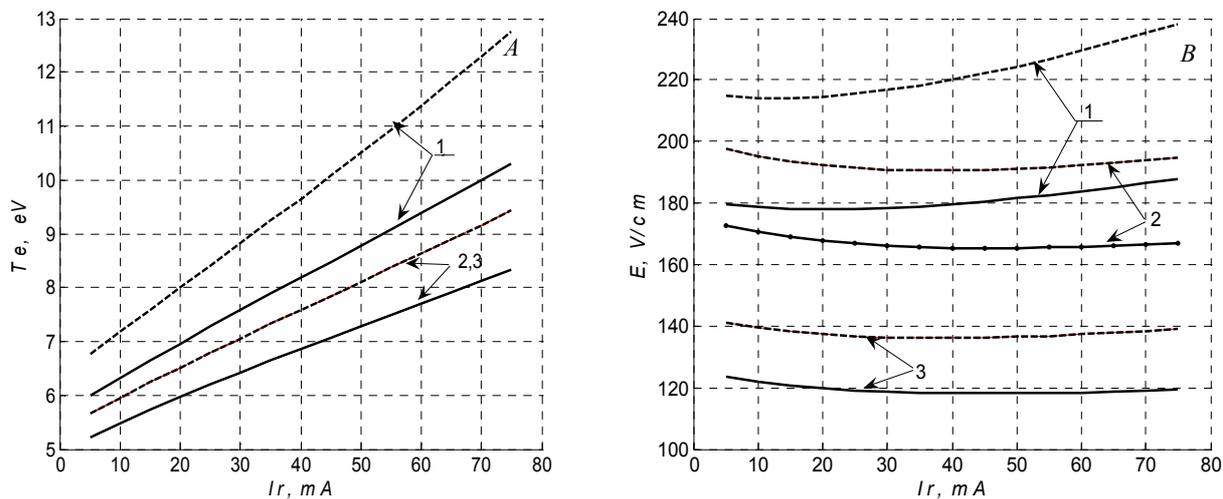


Рис.2. Рассчитанные значения температуры электронов (а) и напряженности электрического поля (b) в зависимости от тока разряда в разряде гелия для различных значений давления и радиуса капилляра.

1 – радиус капилляра $R_0 = 0.05 \text{ см}$, давление $p = 5 \text{ Тор}$

2 – радиус капилляра $R_0 = 0.05 \text{ см}$, давление $p = 7 \text{ Тор}$

3 – радиус капилляра $R_0 = 0.07 \text{ см}$, давление $p = 5 \text{ Тор}$

Сплошные кривые – расчет с $\mu_i = \mu_i(E)$. Пунктирные кривые – расчет с $\mu_i = \mu_{i0}$

Видно, что учет зависимости подвижности ионов от величины электрического поля приводит к уменьшению величин электронной температуры и напряженности продольного электрического поля, особенно существенному для узких трубок. С ростом давления влияние переменной подвижности уменьшается, как и следовало ожидать, исходя из формулы (7). С ростом давления уменьшается напряженность электрического поля и в пренебрежении зависимостью подвижности ионов от поля. При этом уточненные значения параметров разряда с учетом зависимости подвижности ионов от поля ближе к экспериментальным данным, приведенных в [1,8]. С увеличением радиуса разрядного капилляра величина электрического поля, установившегося в разряде, уменьшается и, соответственно, уменьшается его влияние на подвижность ионов.

Приведенные на рис.2 расчетные зависимости электронной температуры и напряженности продольного электрического поля от величины тока разряда без учета влияния ступенчатой ионизации и двойного электрического слоя у стенок трубки обусловлены тепловым вытеснением газа из рабочего объема при нагреве. При этом, хотя температура электронов растет, падающая вольт-амперная характеристика с ростом тока разряда переходит в возрастающую. С увеличением тока разряда учет влияние поля на подвижность ионов становится более существенным.

Результаты проведенного численного расчета температуры электронов и величины продольного электрического поля в узких газоразрядных трубках с учетом зависимости подвижности ионов от величины напряженности продольного электрического поля соответствуют экспериментальным данным, приведенных в литературе.

Литература

1. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. – М.: Наука, 1987.– 592 С.
2. Миленин В.М., Тимофеев Н.А. Плазма газоразрядных источников света низкого давления. – Л.:Энергоиздат, 1991.– 240 С.
3. Грановский В.Л. Электрический ток в газе (установившийся ток).– М.: Наука, 1971.– 544 С.
4. Wannier G.H. Motion of Gaseous Ions in a Strong Electric Field. // Phys. Rev. – 1952. – V.87.– P. 795
5. Смирнов Б.М. Ионы и возбужденные атомы в плазме. М.: Атомиздат. – 1974. – 456 С.
6. Mikhailovskaya L.V. Energy balance and gas temperature in plasma of positive column in gas discharge narrow tubes. // Proc. SPIE. – 1999. – V. 3686. – P. 62-69.
7. Mikhaylovskaya L.V. Characteristic properties of thermal regime in gas discharge small diameter tube. // Proceedings of LFNМ'2002, 4th International Workshop on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling, Kharkiv, Ukraine, June 3-5. – IEEE Lasers and Electro Optical Society, 2002. – P. 53-58.

8. Лозанский Э.Д., Фирсов О.Б. Теория искры. – М.: Атомиздат. – 1975. – 272 С.
9. Буряков А.И. Экспериментальное определение зависимости коэффициента подвижности ионов в газе от напряженности электрического поля. // ЖТФ. – 2002.– Т.72, №11.– С.109-113.
10. Буряков А.И. Определение кинетических коэффициентов переносов ионов в воздухе как функций напряженности электрического поля и температуры.// ЖТФ.–2004.–Т.74, №8.–С.15-20.
11. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. Пер. с англ. Под ред. акад. Н.Н.Боголюбова. Изд-во иностр. Лит., 1960. –С ?
12. Hong-sup Hahn, Mason E.A. Field Dependence of Gaseous-Ion Mobility: Theoretical Tests of Approximate Formulas. // Phys. Rev. A – 1972.– V.6, №4.– P. 1573-1577.
13. Frost L.S. Effect of Variable Ionic Mobility on Ambipolar Diffusion. //Phys. Rev. –1957.–V.105, №2.–P.354-356.

Л.В. Михайловська

Вплив залежності рухомості іонів від величині електричного поля на параметрі позитивного стовбуру в вузьких газорозряднім трубках

АНОТАЦІЯ

Проведено сумісне рішення рівняння балансу енергії електронів та рівняння балансу заряджених частинок в позитивному стовбуру стаціонарного тліючого розряду з урахуванням залежності рухомості позитивних іонів від величини напруженості поздовжнього електричного поля, яке встановилося в розряді. При цьому були визначені залежності внутрішніх параметрі газового розряду, таких як електрона температура та напруженість поздовжнього електричного полю, від тиску, струму розряду та радіусу розрядного капіляру.

L. V. Mikhaylovskaya

Influence of electric field dependence of ion mobility on positive column parameters in narrow gas discharge tubes

SUMMARY

The simultaneous solution of electron energy balance equation and balance equation of the number of the charged particles in positive column of stationary glowing gas discharge is obtained. The dependence of ions mobility on intensity of the longitudinal electric field is taken into account. As a result the dependences of the internal parameters of a gas discharge such as intensity of the longitudinal electric field, electronic temperature on gas pressure, the discharge current, and the size of discharge capillary radius.