УДК 551.557+523.58

С.К. Асланов

Одесский национальный университет им. И.И. Мечникова

Уравнение кинетики процесса потери массы при диспергировании жидких тел в потоке газа

Построено уравнение кинетики процесса потери массы посредством диспергирования жидкой поверхности тела в скоростном потоке газа. Математически проблема сведена к решению краевой задачи для дифференциального уравнения с собственным значением. Полученное решение совпадает количественно с известным эмпирическим законом для дробления капель за ударными волнами. В применении к диспергированию расплавленной поверхности метеороида найденный коэффициент абляции количественно согласуется с астрономическими наблюдениями.

Эффект уноса массы диспергируемыми частицами с жидкой поверхности тела, которое подвергается достаточно скоростному обтеканию газовым потоком, наблюдается в целом ряде известных природных и технических процессов, играя определяющую роль. Так, явление взрыва аэровзвеси капель горючего, в частности, жидких углеводородов, будучи связано с совокупностью механических и физико-химических процессов, в качестве важнейшего из них включает в себя дробление первоначальных капель горючего в результате их взаимодействия с набегающим потоком газа позади лидирующего фронта проходящей ударной волны. Именно система мелких вторичных частиц, которая порождается таким быстропротекающим механическим разрушением поверхностного слоя на передней стороне обдуваемого жидкого тела и формируется в виде шлейфа за каждой первичной каплей, будет определять последующие процессы интенсивного испарения и быстрого сгорания образующейся смеси, диктуя тем самым детонационную способность взвеси.

Сюда же следует отнести явление абляции метеорных тел, вторгающихся в атмосферу Земли с громадной скоростью. Возникающая перед ними мощная ударная волна, сильно нагревая воздух, служит причиной образования на лобовой стороне тела, обтекаемого встречным воздушным потоком, жидкой пленки расплава метеорного вещества. В качестве основных механизмов уноса массы метеороидов принято считать испарение и сдувание указанной расплавленной пленки в виде ее мелкого разбрызгивания [1]. Последний эффект является преобладающим для железных метеорных тел по сравнению с их испарением. В случае каменных метеороидов эти два эффекта могут меняться местами в своей преобладающей роли уноса массы вдоль траектории полета тела. Диспергируемые с передней части поверхности капельки расплава образуют светящийся шлейф позади метеороида.

То же самое будет происходить при торможении аэрозольной струи в окружающем пространстве. Как только первичные капли, обладающие гораздо большей инерционностью, достигнут достаточной скорости относительно несущего воздуха, будет возникать их вторичное диспергирование. Этот процесс существенным образом участвует в окончательном формировании спектра частиц образующегося газо-капельного облака.

Для объяснения причины отрыва частиц дисперсии с лобовой стороны обдуваемого газом тела во всех описанных выше ситуациях принципиальное значение приобретает быстродействующий механизм гидродинамической неустойчивости, развивающейся на границе раздела сред жидкость-газ в виде прогрессивно нарастающего спонтанного волнообразования. Именно с его вершин будет происходить разбрызгивание мелких жидких капелек. Линейный анализ этой неустойчивости [2,3] позволил дать конкретные оценки для длины волны доминирующего возмущения на поверхности жидкости в зависимости от характерных параметров задачи. Расчет существенно нелинейной стадии развития возмущений, когда происходит непосредственный отрыв капелек с вершин волнообразования, позволил установить конкретную количественную связь между диаметром разбрызгиваемых капелек и доминантной длиной волны [4,5].

Отмеченное выше определяющее значение поверхностного дробления в разнообразных явлениях свидетельствует о важнейшей роли, которую должна играть кинетика этого процесса диспергирования жидких тел, попадающих в условия аэродинамического воздействия. Полученные теоретически [2–5] величины диаметров диспергируемых с поверхности капелек, во-первых, находятся в количественном согласии с результатами экспериментальных измерений и натурных наблюдений, а во-вторых, оказываются гораздо меньшими по сравнению с характерными линейными размерами жидких тел, подвергающихся аэродинамическому дроблению.

В соответствии с указанными обстоятельствами построение уравнения кинетики процесса разрушения тел посредством их поверхностного диспергирования предлагается осуществить в следующем простейшем варианте. Величина скорости убывания массы $m(t)$ отдельного первичного жидкого объекта под действием обтекающего потока оценивается при помощи среднего значения своего изменения Δm за промежуток времени Δt

$$\frac{dm}{dt} = -A(t)\frac{\Delta m}{\Delta t}, \qquad (1)$$

где $A(t)$ – некоторая корректирующая функция, подлежащая дальнейшему определению.

Если предполагать, что процесс отрыва мелких жидких частиц, диспергируемых с поверхности основного тела, происходит схематически послойно, то в качестве Δt естественно использовать промежуток времени срыва одного такого элементарного слоя, обладающего массой Δm. Тогда масштаб интервала Δt можно оценить при помощи характерного времени развития неустойчивого поверхностного волнообразования на передней стороне обтекаемого газом объекта для доминантного диапазона длин волн, найденного в [2,4]. Величина элемента потери жидкой массы Δm может быть оценена через площадь $S(t)$ диспергируемой поверхности, средний преимущественный диаметр d отрываемых частиц и плотность жидкости ρ. Поскольку толщина элементарного слоя $\sim d$, а сам диаметр d мал по сравнению с характерным линейным размером основного тела $(\sim \sqrt{S})$, о чем сказано выше, окончательно будем иметь с позиции тонкого поверхностного слоя

$$\Delta m \approx \rho \cdot S \cdot d. \tag{2}$$

Введенная расчетная схема поверхностного диспергирования позволяет считать последовательные срывные процессы слоев жидкости подобными, а дробление жидкой поверхности локально одинаковым в среднем по ее площади. Это, в свою очередь, дает возможность воспользоваться аналогией с процессом испарения: отрыв частиц с жидкой поверхности на молекулярном уровне аналогичен отрыву ее макрочастиц (мелких капелек). В таком случае к нашей модели можно применить линейный закон изменения площади $S(t)$ испаряющейся капли [6]

$$\frac{dS}{dt} = -a, \quad a = \text{const} > 0. \tag{3}$$

Теперь под S следует понимать площадь разрушающейся передней стороны поверхности обдуваемого тела, a – средняя по времени разрушения скорость убывания этой площади

Интегрируя (3) от момента начала диспергирования поверхности $t = 0$, когда $S = S_0$, получим

$$\frac{S}{S_0} = 1 - \left(1 - \frac{S_*}{S_0}\right) \cdot \tau, \quad \tau = \frac{t}{t_*}. \tag{4}$$

При этом постоянная a определена из условия $t = t_*$, $S = S_*$ в момент t_* прекращения разрушения, когда величина диспергируемой площади достигает значения S_*.

Чтобы отразить эффект некоторого запаздывания начала процесса диспергирования, связанный с естественной необходимостью предварительного развития гидродинамической неустойчивости, наложим на корректирующую функцию требование $A(0) = 0$, обеспечивающее нулевое значение начальной скорости убыли массы: $dm/dt = 0$ при $t = 0$ по (1). В качестве его простейшей реализации можно воспользоваться линейным представлением $A(\tau) = A_1 \cdot \tau$ с неизвестным числовым множителем A_1, включающим в себя геометрические и физические параметры. Тогда в результате подстановки в (1) выражений (2), (4) приходим к следующей краевой задаче для дифференциального уравнения первого порядка

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{m}{m_0}\right) = -B\cdot\tau\cdot\left[1-\left(1-\frac{S_*}{S_0}\right)\cdot\tau\right], \quad B = A_1\frac{m_1}{m_0}\frac{t_*}{\Delta t}, \tag{5}$$

$$m(0) = m_0, \quad m(1) = m_*, \quad m_1 = \rho\cdot S_0\cdot d,$$

где m_0, m_* – начальная и остаточная масса $m(\tau)$ диспергируемого тела, m_1 – масса первого (начального) слоя дисперсии.

Поскольку задача математически переопределена, неизвестный постоянный множитель B будет играть роль ее собственного значения, которое однозначно выражается вторым граничным условием. Таким образом, решение задачи (5) приводит окончательно к простейшему кинетическому уравнению потери массы жидкого тела посредством его поверхностного диспергирования за счет гидродинамической неустойчивости:

$$\frac{m}{m_0} = 1-\frac{1-(m_*/m_0)}{1+2\cdot(S_*/S_0)}\cdot\tau^2\cdot\left\{3-2\cdot\left(1-\frac{S_*}{S_0}\right)\cdot\tau\right\} \tag{6}$$

В применении к случаю детонации аэрозоля, когда в потоке за ведущим ударным фронтом происходит процесс вторичного дробления исходных капель горючего, по существу реализуется режим их полного диспергирования, так что можно принять $m_* = 0$, $S_* = 0$. Теоретическая зависимость (6) потери массы капли, обтекаемой газом, упрощается в виде

$$m = m_0\cdot\left\{1-\tau^2\cdot\left(3-2\tau\right)\right\}.$$

Последнее очень хорошо согласуется с известным эмпирическим законом [7,8]:

$$m = 0{,}5\cdot m_0\cdot\left[1+\cos(\pi\tau)\right],$$

построенным по экспериментальным измерениям для дробления капель за проходящими ударными волнами. А именно: в середине интервала $(\tau = 0{,}5)$ имеет место строгое совпадение теоретической и экспериментальной кривых; с приближением к концу интервала $(\tau = 1)$ относительное различие нарастает, не превосходя 6 %.

Как известно, железные метеороиды, входя в достаточно плотные слои атмосферы, испытывают разбрызгивание расплавленной наружной пленки с последующим дроблением отделившихся капель [1], сразу же подвергающихся интенсивному аэродинамическому воздействию. Реализация механизма диспергирования расплавленной поверхностной пленки образцов, обдуваемых плазменной струей, была зарегистрирована в экспериментах, имитирующих аэродинамические факторы метеорного явления [1]. Важнейшим параметром, определяющим процесс разрушения метеороида, является коэффициент абляции

$$\sigma = \frac{(dm/dt)}{mv\cdot(dv/dt)}, \tag{7}$$

где v – скорость метеорного тела. Для медленных метеоров в атмосфере $(v < 25\text{ км/с})$ процесс потери их массы включает в себя унос вещества, диспергируемого с поверхности тела, наряду с испарение. Чтобы воспользоваться уравнением кинетики (6), примем предположение о самоподобии формы изменения метеорного тела и оценим убыль массы посредством разбрызгивания до половины начальной (т.е. $m_*/m_0 \approx 0{,}5$), поскольку сложный характер абляции имеет целый ряд других процессов (раскалывание и т.п.). Тогда для $m_0 \approx 10$ г на высоте 40 км при средней скорости $\langle v \rangle \approx 12$ км/с и коэффициенте аэродинамического сопротивления $C_x \approx 1$ будем иметь среднее торможение $\langle dv/dt \rangle \approx 4$ км/с^2. Используя уравнение кинетики (6) в формуле (7), для среднего коэффициента абляции можно получить следующую оценку:

$$\langle \sigma \rangle \approx 1{,}6 \cdot 10^{-12} \cdot t_*^{-1} (\text{с}/\text{см})^2, \quad t_* - \text{в секундах.}$$

При длительности диспергирования $t_* \approx (1 \div 2)$ с по [1] находим $\langle \sigma \rangle \approx 10^{-12} (\text{с}/\text{см})^2$. Для каменных метеороидов, когда существенную роль может играть также и механизм потери массы испарением, эту величину следует уменьшить. Полученный результат количественно соответствует данным наблюдений [1].

Литература

1. В.А. Бронштэн Физика метеорных явлений. – М.: Наука, 1981. – 416 с.
2. С.К. Асланов Кинетика дробления жидких частиц в потоке газа и теория детонации аэрозоля // Доповіді НАН України. – 1997. – №5. – С. 114-118.
3. С.К. Асланов О гидродинамическом моделировании процесса абляции поверхностного слоя метеороида // Астрономический вестник (РАН). – 2000. – Т. 34, №4. – С. 348-356
4. С.К. Асланов Гидродинамическая неустойчивость и математическое моделирование процесса механического разрушения // Вісник ОДУ. – 2000. – Т. 5, Вып.3, физ-мат. науки. – С. 94-102
5. С.К. Асланов Модель разбрызгивания капель расплавленной поверхности метеороида при его абляции // Астрономический вестник. – 2003. – Т. 37, №37. – С. 245-248
6. В.И. Срезневский //Журнал Российского физико-химического общества. – 1982. – Т. 14. – С. 420-483
7. W.G. Reinecke, G.D. Waldman A study of drop break-up behind strong shocks with applications to flight // AVCO Report ASVD-0110-70-RR. 1970
8. W.G. Reinecke, G.D. Waldman An investigation on water drop disintegration in the region behind strong shock waves // III-rd Intern. Conference on Rain Erosion and Related Phenomena. England. 1970

С.К. Асланов

Рівняння кінетики процесу втрати маси при диспергуванні рідких тіл у потоці газу

АНОТАЦІЯ
Побудовано рівняння кінетики процесу втрати маси завдяки диспергуванню рідкої поверхні тіла у швидкісному потоці газу. Математично проблему зведено до розв’язування граничної задачі для диференціального рівняння із власним значенням. Отриманий розв’язок кількісно співпадає із відомим емпіричним законом для дробіння крапель за ударними хвилями. При застосуванні до диспергування розплавленої поверхні метеороїда знайдений коефіцієнт абляції кількісно погоджується з астрономічними спостереженнями.

S.K. Aslanov

The kinetic equation for the loss mass process by means of a liquid body dispersion in gas flow

SUMMARY
The kinetic equation for the loss mass process by means of the dispersion mechanism of liquid body surface in high-speed gas flow is constructed. The mathematical equation with eigenvalue is reduced. The obtained decision numerically is inconsistent with the well-known empirical low for pulverization of drops behind shock waves. The application to melted surface meteoroid dispersion is obtained the ablation coefficient, which gives the agreement with astronomical observations.