

*О.О. Мочалов\**, *С.В. Коваль.\*\**, *С.С. Коваль\**

*\* Національний університет кораблебудування ім. адмірала Макарова,  
м. Миколаїв*

*\*\* Миколаївський навчально-науковий інститут Одеського національного університету ім. І.І. Мечникова, м. Миколаїв*

## **Математична модель виділення твердої фази на поверхні дисперсної частинки**

Введення дисперсних частинок в рідкий розплав є одним зі способів покращення фізико-механічних властивостей литого виробу. Розроблено математичну модель виділення твердої фази на поверхні дисперсної частинки поміщеної в рідкий розплав. Модель побудована у припущенні, що внутрішня енергія твердої частинки витрачається на компенсацію теплоти фазового переходу та конвективного теплообміну. Встановлені залежності товщини твердої скоринки від теплофізичних параметрів розплаву у динамічних режимах. Визначено відношення максимального розміру частинки до початкового для частинок різних діаметрів.

### **Вступ**

Сучасні тенденції розвитку вітчизняної та світової промисловості передбачають розробку нових енергозберігаючих та екологічно чистих технологій. Найбільш енергоємкісною галуззю народного господарства, безумовно, є металургія. Актуальною проблемою, яка стоїть перед дослідниками в області металургії та металофізики є суміщення безперервного розливу металу з безперервною прокаткою.

Одним з технологічних факторів, що перешкоджають запровадженню вказаної технології є мала швидкість витягування безперервного злитку з кристалізатора. Величина цієї швидкості на два порядки нижча за швидкість прокатки. Збільшення швидкості витягування злитку, при відомих способах отримання безперервного злитку практично неможливе, так як зі збільшенням товщини скоринки різко зростає і термічний опір відводу теплоти. Тому традиційні методи або способи отримання безперервного злитку не дають можливості збільшити швидкість кристалізації.

Введення мікрохолодильників у вигляді сферичних частинок радіусом  $R_0$  в рідкий метал використовується в різних технологічних процесах (суспензійне лиття, зняття теплоти перегріву та ін.). Це дозволяє сформувати в об'ємі зразка центри кристалізації та забезпечити формування дрібнодисперсної однорідної

структури. Розробка адекватного теоретичного підґрунтя для визначення тривалості існування мікрохолодильників та товщини твердої скоринки в залежності від теплофізичних особливостей рідкого металу і мікрохолодильників є передумовою формування ефективних алгоритмів керування процесами кристалізації.[1,2,3]

Мета роботи: розробити на макроскопічному рівні математичну модель виділення твердої фази на поверхні дисперсної частинки, поміщеної в рідкій розплав.

### Теоретична частина

Розглянемо сферичну частинку, яка рухається в рідкому металі з постійною швидкістю. Початкова температура частинки  $T_0$ , набагато менша за температуру рідкого металу  $T_L$ . Теплофізичні властивості частинки та рідкого металу відомі. Між рідким металом та частинкою здійснюється конвективний теплообмін. Припустимо, що внутрішня енергія твердої частинки витрачається на компенсацію теплоти фазового переходу та конвективного теплообміну. Глибина проникнення ізотерми температури фазового переходу всередину сферичної твердої частинки визначається з розв'язання інтегральної задачі про нагрів сферичного тіла з граничними умовами третього роду [4]. Рівняння теплового балансу для частинки можна записати у вигляді:

$$\frac{d(M_1 c T_d)}{d\tau} = Q_\alpha + r \frac{dM_2}{d\tau}, \quad (1)$$

де  $Q_\alpha$  – кількість теплоти, яке підводиться від рідкої фази до поверхні частинки за одиницю часу;  $r$  – теплота фазового переходу;  $c$  – питома теплоємність матеріалу частинки,  $T_d$  – середня температура металу частинки;  $\frac{dM_2}{d\tau}$  – кількість металу, яка кристалізується на частинці за одиницю часу.

Масу металу, температура якого дорівнює температурі фазового переходу  $T_f$  можна виразити наступним чином:

$$M_1 = \left( R_0^3 - (R_0 - \delta)^3 \right) \frac{4}{3} \pi \rho, \quad (2)$$

де  $\rho$  – густина матеріалу частинки,  $R_0$  – початковий радіус.

Глибина проникнення ізотерми визначається з розв'язання інтегральної задачі для сфери [4]

$$\delta = 2,68 \sqrt{a\tau}, \quad (3)$$

де  $a$  – коефіцієнт температуропроводності частинки.

Середня температура металу частинки:

$$T_d = \frac{T_0 + T_f}{2}, \quad (4)$$

де  $T_0$  – початкова температура частинки.

Тепловий потік від рідкої фази до поверхні мікрохолодильника може бути записаний так:

$$Q_\alpha = \alpha 4\pi (R_0 + \delta_s)^2 (T_L - T_f), \quad (5)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі від рідкого металу до поверхні металу, який намерзає на частинку,  $\delta_s$  – товщина намерзлої на частинку скоринки,  $T_L$  – температура рідкого металу.

Маса металу, який кристалізується на поверхні частинки

$$M_2 = \frac{4}{3} \pi \rho \left( (R_0 + \delta_s)^3 - R_0^3 \right) \quad (6)$$

Коефіцієнт тепловіддачі під час руху сфери в рідкому металі можна визначити зі співвідношення [4]:

$$\alpha = \frac{\lambda}{2R_0} \left( 2 + 0,386 (\text{Re}_D \cdot \text{Pr})^{0,5} \right) \quad (7)$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності рідкого металу,  $\text{Re}_D = \frac{2R_0 V}{\nu}$  – критерій Рейнольдса [5],  $\text{Pr}$  – критерій Прандтля,  $V$  – швидкість руху частинки,  $\nu$  – кінематична в'язкість.

Рівняння для визначення динаміки утворення рідкої фази на поверхні частинки отримуємо підставляючи вирази (2)-(7) в (1)

$$\frac{d\delta_s}{d\tau} = \frac{c T_d (R_0 - \delta)^2}{r (R_0 + \delta_s)^2} \frac{d\delta}{d\tau} - \frac{\lambda \left( 2 + 0,386 (\text{Re}_D \cdot \text{Pr})^{0,5} \right) (T_L - T_f)}{2R_0 r \rho} \quad (8)$$

Диференціальне рівняння (8) розв'язується при наступних початкових умовах:

$$\text{при } \tau = 0, \quad \delta_s = 0, \quad \delta = 0.$$

### Обговорення результатів

На базі представленої моделі була розроблена методика та проведений числовий експеримент з дослідження впливу параметрів системи на процес утворення твердої скоринки на поверхні дисперсної частинки. За основу були прийняті теплофізичні властивості вуглецевої сталі AISI\_1008 [6]

Початкові умови для вказаної системи були задані наступні:  $T_0 = 273 \text{ K}$ ,  $T_f = 1810 \text{ K}$ ,  $T_L = 1920 \text{ K}$ .

На рисунку 1 зображена залежність товщини твердої фази на поверхні частинки. Розроблена математична модель дозволяє аналізувати вплив геометричних та теплофізичних параметрів рідкого металу та частинки на товщину твердої скоринки, часу досягнення максимального розміру та тривалість існування твердої скоринки на поверхні частинки в рідкому розплаві.

На рисунку 2 представлена залежність максимального розміру частинки

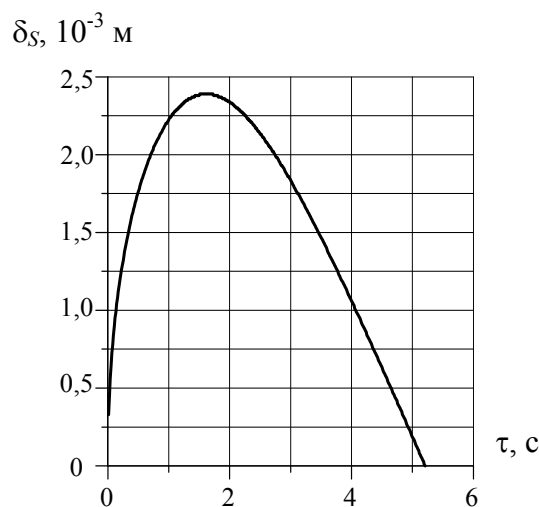


Рис.1. Залежність товщини намерзлої скоринки від часу ( $R_0 = 4 \text{ мм}$ ;  $\text{Pr} = 1$ ;  $V = 0,15 \text{ м/с}$ )

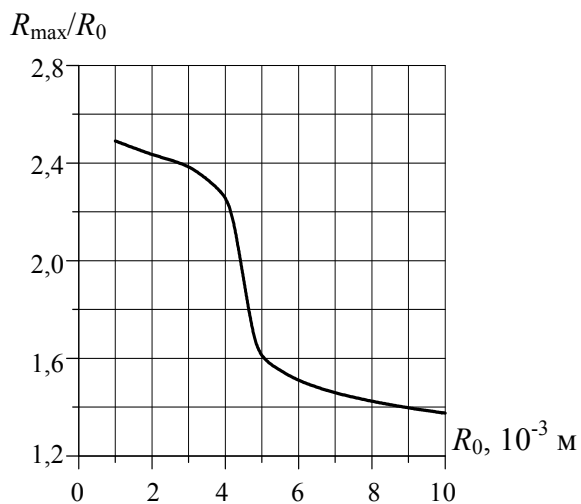


Рис.2. Залежність максимального розміру частинки від її початкового радіуса ( $Pr = 1$ ;  $V = 0,15$  м/с)

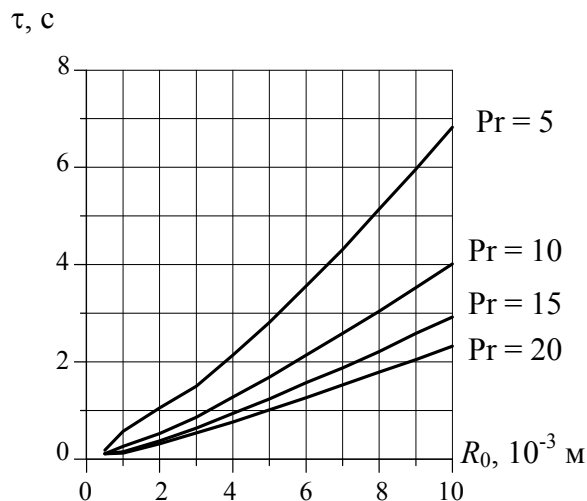


Рис.3. Залежність часу існування твердої фази на поверхні частинки від її розміру для різних значень числа Прандтля ( $V = 0,05$  м/с)

від її початкового радіуса. Видно, що для частинок з розмірами 8-10 мм спостерігається різке зменшення відносної товщини твердої скоринки. Це обумовлене різними швидкостями збільшення поверхні тепловідводу та маси частинки.

Тривалість існування дисперсної частинки в рідкому розплаві є важливим технологічним параметром. Він характеризує час, за який частинка має переміститись в задану точку об'єму зразку [7]. З рисунку 3 видно, що залежність часу існування твердої фази на поверхні частинки від її розміру має майже лінійний характер, відхилення від лінійної залежності спостерігається лише для частинок діаметром до 6 мм. Збільшення числа Прандтля призводить до скорочення часу існування твердої скоринки.

Інформація отримана за допомогою розробленої моделі, може бути використана при розробці технологічних алгоритмів керування процесами кристалізації з використанням мікрохолодильників.

### Література

1. Hong-Bing Xiong, Yuan Ma, Li-Li Zheng Multiphase flow in directional solidification of metal matrix particulate composites// Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering, 14 (2006), P. 445-463.
2. Nestler B., Wheeler A. Phase-field modeling of multi-phase solidification// Computer Physics Communications. – 2002. Vol.147. – P. 230-233.
3. Rafii-Tabar H., Chirazi A. Multi-scale computational modeling of solidification phenomena //Physics Reports. – 2002. – Vol. 365, №3. - P. 145-249.
4. Лыков А.В. Теория теплопроводности.– М.: Высшая школа, 1967. – 600с.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя: Пер. с нем. – М.: Наука, 1974. –712с.
6. Структура и коррозия металлов и сплавов. Атлас: Справочник/ под ред. Е.А. Ульянина. – М: Металлургия, 1989. – 398с.
7. Ефимов В.А., Эльдарханов А.С. Физические методы воздействия на процессы затвердевания сплавов. – М.: Металлургия, 1995. – 272с.

*А.А. Мочалов, С.В. Коваль, С.С. Коваль*

**Математическая модель выделения твердой фазы на поверхности дисперсной частицы**

**АННОТАЦИЯ**

Введение дисперсных частиц в жидкий расплав является одним из способов улучшения физико-механических свойств литого изделия. Разработана математическая модель выделения твердой фазы на поверхности дисперсной частицы, помещенной в жидкий расплав. Модель построена с допущением, что внутренняя энергия твердой частицы расходуется на компенсацию теплоты фазового перехода и конвективного теплообмена. Установлены зависимости толщины твердой корочки от теплофизических параметров расплава в динамических режимах. Определены отношения максимального размера частицы к начальному, для частиц различных диаметров.

*A.A. Mochalov, S.V. Koval, S.S. Koval.*

**The mathematical model of segregation of a solid phase on particle surface**

**SUMMARY**

The introduction of disperse particles in liquid melting is one of ways of improvement of physical and mechanical properties of a cast product. The mathematical model of segregation of a solid phase on a surface of a dispersion particle placed in liquid melt is developed. The model is constructed with an assumption, that the internal energy of a solid particle is spent for compensation of heat of phase transition and of heat convection transfer. The dependences of thickness solid skin from heat physics parameters of melt in dynamic modes are established.