

*Ю.И. Бойко, Н.Х. Копыт*

*Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова*

## **Диспергирование сплошной среды (как выделение частей системы) в ее модели по Эйлеру**

Составлена последовательность возможных реализаций принципа локального равновесия в возмущенной среде. В ней указано место для солитонной стадии диспергирования. Отмечена возможность связи двух форм принципа локального равновесия соотношением, аналогичным соотношению неопределенностей Гейзенберга.

Конечным результатом физического диспергирования сплошной среды есть пространственное перемещение выделившихся частей этой среды. Выделение частей наиболее общим образом представимо как следствие развития возмущенной системы к состоянию равновесия в соответствии с принципом неполных (локальных) равновесий [1]. Локальность области неполного равновесия может быть определена по термодинамической методологии, как возможность описания ее состояния некоторой макрохарактеристикой. Для термодинамической системы такой характеристической функцией является термодинамический потенциал [2], а различимость ее частей – термодинамических подсистем (в термодинамическом аспекте выделения) можно отражать значением дифференциала такого потенциала. Статистически это значит, что подсистема описывается функцией распределения, причем идентификация ее определяется центром распределения (средним значением, макропараметром), а степень локализации, как области описания – дисперсией функции распределения. Имея в виду представление модели сплошной среды по Эйлеру [3], используем соответствующий ее термодинамическим параметрам  $p$  (давление),  $s$  (энтропия) изобарно-изоэнтروпийный потенциал – энтальпию  $h$ . Поскольку известно [3], что в термодинамическом аспекте развития процесса по модели Эйлера

$$dh = dp/\rho \quad (1)$$

где  $\rho$  - плотность среды, то в гидродинамическом аспекте модели уравнение переноса импульса в лагранжевых координатах дает для скорости  $\vec{v}$  лагранжевой «частицы»

$$\text{rot } \vec{v} = \text{const}, \quad (2)$$

т.е. показывает лишь сохраняемость возможного вращения таковой, без ее пространственного (геометрического) выделения (по крайней мере, без оформления его детерминированной замкнутой поверхностью). Ограничение гидродинамической формы развития поступательным движением частей среды, при

$\text{const} = 0$ , приводит к волновому типу развития ее возмущения, с характеристикой состояния среды гидродинамическим потенциалом  $\varphi$  так что

$$\vec{v} = \vec{\nabla}\varphi. \quad (3)$$

Хотя (3), при указанном условии для  $\text{const}$  в (2), можно понимать как известную формулу из теории векторного поля [4]

$$[\vec{\nabla}\vec{\nabla}\varphi] = 0, \quad (4)$$

степень локализации описательного элемента такой среды в физическом пространстве еще далека от представления геометрической точкой (как другой крайности в представлении элемента без использования для него понятия поверхности), как-то имеет место в полном векторном пространстве [5]. Оценить ее на этом этапе описания возмущения можно, используя известное соотношение для плоской, бегущей в направлении  $x$  со скоростью  $c$ , акустической волны [3]

$$v = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{\Delta p/c}{\rho} \sim \frac{dp}{\rho} \quad \text{или} \quad d\varphi \sim dx dh. \quad (5)$$

Оценка (5) показывает, что в сравнении с термодинамическим представлением гидродинамическое представление описательного элемента в линейном приближении модели Эйлера дает линейное усиление его локализации.

Предельный случай элементного представления возмущения среды геометрической точкой связан с оптико-механической аналогией Гамильтона-Якоби, когда характеристической функцией, обеспечивающей такой вариант локально равновесной подсистемы, есть эйконал  $\psi$ , причем [3]

$$d\psi \sim \frac{1}{\varphi} d\varphi. \quad (6)$$

Заметим, что и здесь локализация рассматривается не в физическом пространстве, а в таком, где для определяемых  $\varphi, \psi$  помимо физических координат  $x, y, z$  содержится координата  $-ict$  ( $i$ -мнимая единица,  $c$ -характерная скорость возмущения,  $t$ -время). Однако, в рамках недиссипативной модели среды по Эйлеру мнимая часть комплексного волнового вектора, как коэффициент поглощения [3], есть величина незначимая, а существенна лишь действительная часть, как определяющая изменение фазы волны с расстоянием, и проводимое далее сопоставление имеет смысл.

Для (5) и (6) оно показывает, что переходу от пространственно не определенному элементу системы к точке соответствует существенно нелинейный переход в локализации (оценках дисперсий) описывающих их функций. Методологически обосновано провести сглаживание перехода введением этапа описания элемента как локально протяженной структуры со свойством поверхности как геометрически не детерминированной области разграничения частей (элементов) системы. Опыт показывает, что на этом этапе он приобретает физическую реальность, как солитон [6], причем рассматриваемая здесь локализация через поверхность сохраняет его волновые признаки, тогда как ранее использованная характеристика солитона скоростью [6,7] более приближала его к телу в механике, с отнесением вектора скорости к центру масс. В соответствии с из-

ложенным, описывающая его функция состояния  $\chi$  входит в последовательность

$$h \rightarrow \varphi \rightarrow \chi \rightarrow \psi, \quad (7)$$

причем для ее дифференциала тем самым получается и рамочная оценка, через дифференциалы уже известных функций состояния  $\varphi$  и  $\psi$

$$d\varphi > d\chi > d\psi \sim \frac{1}{\varphi} d\varphi. \quad (8)$$

В принципе такая задача решается и через поиск решений уравнений солитонного типа [8], но с неизмеримо большей сложностью рассмотрения.

Последовательности (7), выстроенной по типу неполного равновесия обуславливаемого степенью локализации части системы, можно поставить в соответствие последовательность

$$c_1 \rightarrow c_2 \rightarrow c_3 \rightarrow c_4, \quad (9)$$

как отражающую неполные равновесия, обусловленные различием соответствующих характерных скоростей возмущения для системы в целом. Здесь  $c_1$  – модальное значение соответствующей функции распределения скоростей (теплового движения молекул),  $c_2$  – характерная скорость развития волнового процесса, как переноса состояния (скорость звука),  $c_3$  – скорость «звука» в системе, где поверхности выделившихся частей еще не детерминированы на макроуровне (солитонная стадия, предлагается оценивать скоростью «звука» в пузырьково-жидкостных системах),  $c_4$  – скорость центра масс элемента дисперсной системы. Подстановка известных экспериментальных данных показывает, что это последовательность спадающих значений. Если понимать характерные скорости как отношение характерных масштабов для подсистем к характерным временам определяющего их установления локального равновесия, то это значит, что при переходах между рассмотренными представлениями подсистем темп убывания характерных времен релаксации меньше темпа убывания масштабов их проявления. Возможно, что связь этих времен с энергетическими оценками типа (8), как связь двух форм принципа локального равновесия на макроуровне, может быть представлена соотношением, аналогичным соотношению неопределенностей Гейзенберга, как принципу локализации (квантования) на микроуровне.

### Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика.- М.: Наука. –1964.- 568с.
2. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике.-М.: Наука. –1977.- 944с.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика.- М.: Наука, 1986.- 736с.
4. Романовский П.И. Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа.- М.: Наука. – 1964.- 304с.
5. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике.- М.: Наука. – 1973.- 832с.

6. Бойко Ю.И., Копыт Н.Х. О подобии диспергирования жидкости под действием инерционных и гравитационных сил // Физика аэродисперсных систем.- 2003.- Вып. 40.- С. 23-29.
7. Бойко Ю.І., Копит М.Х. Розпад суцільного середовища як процес автономності другого роду //Фізика в Україні. Всеукраїнський з'їзд. – Одеса. – 3-6 жовтня, 2005.- С.87.
8. Ньюэлл А. Солитоны в математике и физике. М.: Мир. – 1989.- 326с.

*Бойко Ю.І., Копит М.Х.*

**Диспергування суцільного середовища (як виділення частин системи)  
в його моделі по Ейлеру**

АНОТАЦІЯ

Побудовано послідовність можливих реалізацій принципу локальної рівноваги в збуреному середовищі. В ній вказано місце для солітонної стадії диспергування. Відзначено можливість зв'язку двох форм принципу локальної рівноваги співвідношенням, аналогічним співвідношенню невизначеностей.

*Yu. I. Boyko, N. Kh. Kopyt*

**Disperse of the continuous environment (as allocation of parts of system)  
in its model on Euler.**

SUMMARY

The sequence of possible realizations of a principle of local balance in the indignant environment is made. In it the place for a soliton stage of disperses is specified. The opportunity of communication of two forms of a principle of local balance is noted by correlation similar to a correlation uncertainty of Heisenberg.