

УДК 633.9

*Михайловская Л.В. \*, Михайловская А.С. \*\**

*\*Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова,  
65082, Одесса, Украина*

*\*\*Ruhr-Universität Bochum, 44780 Bochum, Germany  
E-mail: [lidam@onu.edu.ua](mailto:lidam@onu.edu.ua)*

### **Влияние энергии, выделяемой на стенках газоразрядных трубок, на температуру газа в положительном столбе тлеющего разряда**

*Проведены расчеты пространственного распределения температуры газа в положительном столбе тлеющего разряда с учетом как объемных, так и поверхностных источников тепла. Анализируется поведение температуры газа в зависимости от внешних заданных параметров разряда в случае диффузионного режима горения разряда. Установлен экстремальный характер поведения газовой температуры при изменении давления газа. Определены условия применимости проделанных численных расчетов.*

#### **Введение.**

В настоящее время газовый разряд используется не только в газоразрядных источниках света, индикаторных приборах, для накачки активных сред газовых лазеров, но является одним из основных составляющих работы плазменных дисплеев [1,2]. Во всех этих приложениях и технологиях требуется стабильность и устойчивость внутренних параметров разряда при заданных внешних параметрах. До сих пор при исследовании внутренних параметров положительного столба тлеющего разряда в газоразрядных средах основное внимание уделяется изучению влияния тока разряда, давления газа и внутреннего радиуса разрядного капилляра на величину напряженности продольного электрического поля, на концентрацию электронов, а также на значение электронной температуры [3 – 5]. Особенности же теплового режима разряда в газоразрядных трубках недостаточно исследованы. Роль температуры рабочего газа теоретически и экспериментально исследована только в процессах перегревной неустойчивости [1]. При этом предполагается, что температура газа в стационарном режиме горения разряда определяется объемным энерговыделением в плазме, теплопроводностью газовой смеси и теплопередачей на поверхности трубки. И потому является как бы известной характеристикой, определяемой током разряда и напряженностью продольного поля в положительном столбе. А продольное поле определяется только электронной температурой, связанной с неупругими потерями энергии электронов среде, и не зависит от температуры газа [3, 4]. На

самом же деле, все макроскопические характеристики рабочей среды, такие, как подвижности электронов и ионов, коэффициенты диффузии, дрейфовая скорость электронов зависят от температуры газа непосредственно и через зависимость плотности нейтральных атомов от температуры через эффекты вытеснения газа в балластные объемы при нагреве газа.

В работе [6] были смоделированы физические процессы в стационарном газовом разряде с учетом полной температурной зависимости макроскопических характеристик рабочей среды газового разряда. В результате была получена замкнутая система уравнений для определения внутренних параметров газового разряда, таких как напряженность продольного электрического поля, электронной температуры и температуры рабочего газа в зависимости от величины тока разряда, давления газа и размера радиуса рабочего капилляра, а также от температуры наружных стенок газоразрядной трубки. Эта система включает уравнение баланса энергии электронов в положительном столбе, уравнение баланса числа заряженных частиц и уравнение баланса энергии нейтральных атомов. В работах [7-9] было проведено уточнение выражения для потерь энергии электронов. А именно, в этой системе уравнений были учтены потери энергии электронов на поддержание амбиполярного поля в плазме и на образование защитного пристеночного слоя объемного заряда.

В настоящей работе исследуются особенности тепловых процессов в газовом разряде с учетом энергии, выделяемой на стенках трубки. Особое внимание уделяется распределению температурного поля по сечению разряда. Анализ проводится с использованием двух основных приближений: диффузионного режима тлеющего разряда и существование максвелловского распределения электронов по скоростям.

### 1. Расчет температуры газа.

В данной работе для определения распределения температуры газа по сечению трубки в установившемся режиме решаются стационарные уравнения теплопроводности для положительного столба и стенок газоразрядной трубки с учетом граничных условий. В случае цилиндрического положительного столба эти уравнения имеют вид

$$\text{в области } 0 \leq r \leq R_0 \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( \lambda \cdot r \frac{dT}{dr} \right) + q_V(r) = 0, \quad (1a)$$

$$\text{в области } R_0 < r \leq R_1 \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0. \quad (1б)$$

Здесь  $R_0$  и  $R_1$  – внутренний и внешний радиус трубки,  $q_V(r)$  - плотность тепловых источников.

Граничные условия в данном случае заключаются в непрерывности температуры на внутренней и внешней стенке разрядной трубки и непрерывности тепловых потоков. Для температур справедливы соотношения

$$T(R_0 - 0) = T(R_0 + 0) = T_w, \quad T(R_1 - 0) = T(R_1 + 0) = T_{ex}, \quad (2a)$$

где  $T_w$  – температура внутренней стенки трубки,  $T_{ex} = T_S + \alpha \cdot I_r$  – температура наружной стенки, которая определяется температурой окружающей среды  $T_S$  и условиями теплообмена – коэффициент  $\alpha$ ,  $I_r$  – ток разряда. В условиях термостатирования стенок газоразрядной трубки коэффициент  $\alpha = 0$  и температура  $T_{ex} = T_S$ . В отсутствие принудительного охлаждения стенок трубки коэффициент  $\alpha$  определяется экспериментально.

В данной работе мы учитываем дополнительный нагрев внутренних стенок разрядной трубки в результате столкновений заряженных частиц, электронов и ионов, со стенками. Поэтому условие непрерывности тепловых потоков записываем с учетом на границе источников тепла с поверхностной плотностью  $q_w$

$$-\lambda \left. \frac{dT}{dr} \right|_{R_0-0} + q_w = -\lambda_w \left. \frac{dT}{dr} \right|_{R_0+0}. \quad (2б)$$

Здесь  $\lambda$  и  $\lambda_w$  коэффициенты теплопроводности рабочего газа и стенок трубки соответственно. Из-за цилиндрической симметрии к условиям (2а, 2б) добавляется условие на оси разряда  $\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0$ .

Для решения уравнения (1а) нужно знать распределение плотности мощности, выделяемой в газе в виде тепла, и теплопроводность газа. Обычно предполагается, что объемная плотность тепловых источников определяется распределением плотности электрического тока, т.е. плотности электронов, по сечению разрядной трубки. Поэтому можно считать, что в диффузионном режиме горения разряда  $q_V(r) = q_{V0} J_0(2.4r/R_0)$ , где  $J_0$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка. В инертных газах, согласно [10], значения коэффициентов теплопроводности в функции температуры при давлении  $p < 0.1 \text{ МПа}$  ( $p < 750 \text{ мм рт.ст.}$ ) можно представить как  $\lambda(T) = \lambda_0 + \lambda_1 \cdot T$ . Тогда решение уравнения (1а) ищется с помощью замены

$$(\lambda_0 + \lambda_1 \cdot T) \frac{dT}{dr} = \frac{dC}{dr}. \quad (3)$$

При этом уравнение (1а) преобразуется в  $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dC}{dr} \right) + q_{V0} J_0(2.4r/R_0) = 0$ .

Решение этого уравнения, удовлетворяющее условию цилиндрической симметрии, есть  $C(r) = C_0 + q_{V0} (R_0/2.4)^2 J_0(2.4r/R_0)$ .

На стенках трубки  $C(R_0) = C_0$ . Из соотношения (3) дополнительная функция  $C = \lambda_0 T + 0.5 \lambda_1 T^2 + c_0$ , где  $c_0 = \text{const}$ .

Следовательно, решение уравнения (1а) можно записать как

$$T(r) = \sqrt{(\lambda_0/\lambda_1)^2 + 2[C(r) - c_0]/\lambda_1} - \lambda_0/\lambda_1.$$

Температура газа вблизи внутренних стенок трубки  $T(R_0) = T_w$ . Тогда

$$C_0 = C(R_0) = \lambda_0 T_w + 0.5 \lambda_1 T_w^2 + c_0.$$

В результате для решения уравнения теплопроводности (1а) можно записать следующее выражение

$$T(r) = \left[ (T_w + \lambda_0/\lambda_1)^2 + 2(q_{V0}/\lambda_1)(R_0/2.4)^2 \cdot J_0(2.4 \cdot r/R_0) \right]^{1/2} - \lambda_0/\lambda_1. \quad (4)$$

Оценки показали, что можно избавиться от корня и тогда

$$T(r) \approx \frac{q_{V0}}{\lambda_0 + \lambda_1 T_w} \cdot \left( \frac{R_0}{2.4} \right)^2 \cdot J_0(2.4r/R_0) + T_w = T_w + (T_0 - T_w) \cdot J_0(2.4r/R_0). \quad (5)$$

В центре разрядной трубки температура

$$T_0 = T(0) = \left[ (T_w + \lambda_0/\lambda_1)^2 + 2(q_{V0}/\lambda_1)(R_0/2.4)^2 \right]^{1/2} - \lambda_0/\lambda_1 \approx \frac{0.173 \cdot q_{V0} R_0^2}{\lambda_0 + \lambda_1 T_w} + T_w. \quad (5a)$$

Решение уравнения (1б)  $T(r) = C_1 \ln r + C_2$  содержит две постоянные. Граничное условие  $T(R_1) = T_{ex}$  позволяет получить  $T(r) = T_{ex} - C_1 \ln(R_1/r)$ . Отсюда

$$T_w = T(R_0) = T_{ex} - C_1 \ln(R_1/R_0).$$

Использование граничного условия для тепловых потоков (2б) позволяет найти  $C_1 = -\frac{q_{V0} R_0^2}{2.405 \cdot \lambda_w} J_1(2.405) - \frac{q_w R_0}{\lambda_w}$ . В результате распределение температуры внутри стенок разрядной трубки имеет вид

$$T(r) = \frac{0.216 q_{V0} R_0^2 + q_w R_0}{\lambda_w} \ln \frac{R_1}{r} + T_{ex},$$

а для температуры внутренней стенки трубки  $T_w$  решение уравнения теплопроводности при данных граничных условиях есть

$$T_w = T(R_0) = \frac{0.216 q_{V0} R_0^2 + q_{w0}}{\lambda_w} \ln \frac{R_1}{R_0} + T_{ex}. \quad (6)$$

Здесь  $q_{w0} = q_w R_0$ . Видно, что учитываемые в данной работе тепловые источники на внутренней поверхности трубки приводят к дополнительному нагреву стенок трубки и нейтрального газа в объеме. Заметим, что параметр  $q_{w0}$ , определяющий увеличение температуры из-за тепловых источников на внутренних стенках трубки, для узких трубок и низких давлениях газа может превышать нагрев стенок за счет объемного выделения тепла в разряде  $0.216 q_{V0} R_0^2$ . Для гелия это происходит при  $pR_0 \leq 1$ , если температура газа  $T^0 C \leq 300^0 C$ .

Средняя по сечению температура газа определяется по формуле

$$T = \left( 2/R_0^2 \right) \int_0^{R_0} T(r) r dr.$$

Используя для распределения температуры по сечению выражение (5), трудно получить

$$T = 0.43 T_0 + 0.57 T_w = \frac{0.07 q_{V0} R_0^2}{\lambda_0 + \lambda_1 T_w} + \frac{0.22 q_{V0} R_0^2 + q_{w0}}{\lambda_w} \frac{R_1}{R_0} + T_{ex}. \quad (7)$$

Отметим, что решение уравнения теплопроводности проведено при  $q_{V_0}(T) = const$ . В [4, 12] утверждается, что данное приближение пригодно в условиях, когда изменение температуры газа вдоль радиуса мало, т.е.  $\Delta T/T \ll 1$  и отсутствует контракция положительного столба. Это эквивалентно предположению, что уравнение теплопроводности решается с тепловыми источниками при некоторой средней температуре  $T$ .

## 2. Расчет плотности тепловых источников.

При прохождении электрического тока в газе в результате упругих соударений свободных электронов с атомами газа происходит передача части кинетической энергии, приобретенной электронами в электрическом поле, нейтральным частицам газа, в результате чего газ нагревается. Мощность, расходуемая на нагрев газа одним электроном, равна  $p_e = v_c \delta_c \varepsilon_e$ . Здесь  $v_c = N \cdot V_e \cdot \sigma_c(V_e)$  – частота упругих столкновений электронов с атомами,  $N = p/kT$  – плотность нейтральных атомов при давлении  $p$  и температуре  $T$ ,  $V_e = \sqrt{8kT_e/\pi m}$  – величина средней тепловой скорости электронов,  $\sigma_c(V_e)$  – сечение упругих столкновений электронов с атомами,  $\delta_c = 2m/M$  – доля энергии электрона, теряемая при упругом столкновении с атомом массой  $M$ ,  $\varepsilon_e = 1.5kT_e$  – средняя энергия электрона. Объемная плотность тепловых источников определяется плотностью свободных электронов в плазме положительного столба  $N_e(r)$  и равна  $q_V = p_e N_e(r)$ . В теории однородного диффузионного положительного столба  $N_e(r) = N_{e0} \cdot J_0(2.4r/R_0)$ . Это позволяет записать мощность, выделяемую в единице объема в виде тепла как

$$q_V = q_{V_0} J_0(2.4 \cdot r/R_0), \quad (8)$$

где

$$q_{V_0}(T_e, T, N_{e0}, p) = \frac{3}{2} kT_e \cdot \frac{2m}{M} \cdot V_e \cdot \sigma_c(V_e) \cdot \frac{p}{kT} \cdot N_{e0}. \quad (8a)$$

Существует еще один источник тепловой энергии в газоразрядной трубке. Это потери энергии электронов в виде тепла, выделяющегося при столкновении заряженных частиц со стенками трубки. Энергия, выделяемая у стенок трубки, состоит из энергии рекомбинации положительных ионов и электронов и из их кинетических энергий, которыми они обладали перед попаданием на стенки трубки. Для одного акта столкновения заряженных частиц с внутренними стенками трубки эта энергия равна  $\Delta \varepsilon_{we} = e \cdot U_{0i} + 3kT_e$ . Здесь  $U_{0i}$  – потенциал ионизации рекомбинирующего атома,  $3kT_e$  – суммарная кинетическая энергия электрона и иона при их попадании на стенку. Учтено, что в низкотемпературной плазме температура атомов  $T \approx T_i \ll T_e$ , но в двойном пристеночном слое  $T_i \approx T_e \gg T$ . Эта энергия выделяется, в основном, в виде тепла. Предполагается, что при рекомбинации излучение отсутствует. Поверхностная плотность тепловых источников определяется диффузионным потоком заряженных частиц (электронов и положительных ионов) на стенки трубки. Для диффузионного

режима горения разряда  $\Gamma_e = \Gamma_i = 1.25 \cdot D_{am} \cdot N_{e0} / R_0$ , где  $D_{am} = \mu_i \cdot kT_e / e$  – коэффициент амбиполярной диффузии,  $\mu_i(T, p)$  – подвижность ионов. В результате для поверхностной плотности тепловых источников можно записать выражение

$$q_w(T_e, T, N_{e0}, p, R_0) = 1.25 D_{am} \cdot (e \cdot U_{0i} + 3kT_e) N_{e0} / R_0. \quad (9)$$

Известно, что подвижность ионов в собственном газе определяется резонансной перезарядкой иона на атоме [3], сечение которой слабо зависит от скорости частиц. В результате для коэффициента амбиполярной диффузии можно записать выражение

$$D_{am}(T_e, T, p) = C_\mu \frac{kT_e}{N\sqrt{T}},$$

где  $C_\mu = 9.36 \cdot 10^7 \frac{1}{\sigma_{res} \sqrt{A}} \left[ \frac{(^{\circ}K)^{1/2}}{eV \cdot cm \cdot c} \right]$  – постоянная, зависящая от атомной массы  $A$  и сечения резонансной перезарядки  $\sigma_{res} [cm^2]$ .

Согласно формулам (6) и (7), объемная и поверхностная плотности тепловых источников пропорциональны плотности электронов в центре трубки. В диффузионном режиме горения разряда при заданной величине тока разряда  $I_r$ , из уравнения для полного тока, протекающего в положительном столбе

$$I_r = 2\pi \cdot eV_{dr} \int_0^{R_0} N_e(r) r dr = 2\pi \cdot eV_{dr} N_{e0} \int_0^{R_0} J_0(2.4r/R_0) r dr,$$

нетрудно получить следующее выражение для концентрации электронов в центре трубки  $N_{e0} = 0.46 \cdot 10^{16} \cdot I_r / (R_0^2 \cdot V_{dr})$ , где  $V_{dr} = \mu_e E$  – дрейфовая скорость электронов. Учитывая, что подвижность электронов  $\mu_e = \frac{e}{m \cdot v_m(T_e, T, p)}$ , окончательно имеем

$$N_{e0}(T_e, T, p, I_r, R_0) = 2.6 \frac{I_r \cdot v_m}{E \cdot R_0^2} [cm^{-3}], \quad (10)$$

где  $v_m [c^{-1}]$  – эффективная частота столкновений электронов, которая сопоставима с частотой упругих потерь  $v_c$ ,  $I_r [mA]$  – ток разряда,  $E [V/cm]$  – напряженность продольного электрического поля,  $R_0 [cm]$  – радиус трубки.

### 3. Напряженность продольного электрического поля.

Напряженность  $E$  установившегося в положительном столбе разряда продольного электрического поля определяется из условия баланса энергии электронов [3]. Энергия, которую электроны газоразрядной плазмы получают от осевого электрического поля  $E$ , теряется в объеме и на стенках разрядной трубки. Суммарные потери мощности для одного электрона определяются как [5, 6, 11]

$$\frac{e^2 E^2}{m v_m} = v_c \cdot \Delta \varepsilon_g + \sum_i v_i \cdot \Delta \varepsilon_i + v_w \cdot \Delta \varepsilon_w, \quad (11)$$

где  $\Delta \varepsilon_g$  – потери энергии электрона при упругих столкновениях с атомами,  $\Delta \varepsilon_i$  – потери энергии электрона при неупругих столкновениях с атомами,  $\Delta \varepsilon_w$  – потери энергии электрона из-за наличия стенок газоразрядной трубки,  $v_c$  и  $v_i$  – частоты упругих и неупругих столкновений электрона с нейтральными атомами,  $v_w$  – частота столкновений заряженных частиц со стенками разрядной трубки. Из сказанного ясно, что выражения для первых двух слагаемых записать нетрудно, зная соответствующие значения для частот и потенциалов возбуждения.

Потери энергии электрона при упругих столкновениях с атомами, приводящие к нагреву нейтрального газа, были рассмотрены выше.

Для частоты неупругих столкновений электрона с атомами, в результате которых происходит ионизация атомов из основного состояния, в данной работе используется формула из [3]

$$v_{0i}(T_e, T, p) = C_i \cdot V_e (eU_{0i} + 2kT_e) \exp(-eU_{0i}/kT_e) \cdot N, \quad (12)$$

где  $C_i$  – характерная для данного процесса постоянная,  $U_{0i}$  – потенциал ионизации атома из основного состояния. Соответствующая энергия  $\Delta \varepsilon_{0i} = eU_{0i}$ .

Третье слагаемое соответствует потерям мощности в положительном столбе из-за наличия стенок трубки, на которых происходит рекомбинация электронов и ионов. Соответствующая частота столкновений со стенками  $v_w$  для диффузионного режима горения разряда совпадает с частотой диффузионных уходов электронов на стенки  $v_d$ , для которой справедливо выражение  $v_d(T_e, T, p, R_0) = (2.4/R_0)^2 \cdot D_{am}$ . Потери энергии электронов из-за наличия стенок, прежде всего, складываются из средних кинетических энергий электронов и положительных ионов при их попадании на стенку, которыми они обладали перед рекомбинацией. Но существует еще необходимость затрат энергии на поддержание амбиполярного поля в плазме и на образование защитного пристеночного слоя объемного заряда [8, 13].

Энергия, затрачиваемая на поддержание амбиполярного поля в плазме, определяется как  $e(\varphi_0 - \varphi_s) = e \cdot \Delta \varphi_{am} = kT_e \cdot \ln(N_{e0}/N_{es})$ , где  $\Delta \varphi_{am}$  – разность потенциалов между осью и границей слоя,  $N_{e0} = N_e(0)$ ,  $N_{es} = N_e(R_s)$  – плотности электронов в центре трубки и на границе плазма-слой соответственно. Используя условие на границе плазма-слой  $-D_{am} dN(R_s)/dr = V_i \cdot N(R_s)/4$  с учетом факта, что на границе плазма-слой из-за сильного радиального поля ионы приобретают скорость  $V_i(R_s) \approx \sqrt{kT_e/M}$  и приближенное соотношение  $-dN(R_s)/dr \approx (N_0 - N_s)/R_0$ , имеем  $N_{e0}/N_{es} = 1 + 0.25 \cdot \sqrt{kT_e/M} \cdot R_0/D_{am}$ . Заметим, что при любых параметрах отношение  $N_{e0}/N_{es} > 1$  в отличие от формул, полученных в [5, 11].

Потери энергии электронов на образование защитного пристеночного слоя объемного положительного заряда равны  $e\Delta\varphi_s = kT_e \ln \sqrt{M/m}$  [4, 5]. В результате суммарные потери энергии электрона, связанных с наличием стенок разрядной трубки, можно записать как

$$\Delta\varepsilon_w(T_e, T, p, R_0) = 3kT_e + e \cdot (\Delta\varphi_{am} + \Delta\varphi_s) = kT_e \left( 3 + \ln(N_{e0}/N_{es}) + \ln \sqrt{M/m} \right). \quad (13)$$

Здесь учтено, что для максвелловского распределения по скоростям средняя величина кинетической энергии электронов при столкновении со стенкой равна  $2kT_e$ . Кроме того, как уже отмечалось, средняя скорость движения ионов к стенке может значительно превосходить их хаотическую скорость из-за ускорения в амбиполярном электрическом поле. Установлено [5, 11], что вблизи границы двойного слоя, ионы ускоряются до энергии порядка  $kT_e$ . Обычно включаемая в формулу для потерь энергии электронов на стенках энергия рекомбинации электронов и ионов в эту формулу не включена, т.к. она входит во второе слагаемое формулы (9), учитывающего потери энергии электронов на ионизацию атомов.

Баланс энергии электронов плазмы положительного столба связывает напряженность установившегося продольного электрического поля с электронной температурой, с давлением и температурой рабочего газа, а также с радиусом разрядного капилляра. Из (9) следует следующее выражение для стационарного продольного электрического поля, установившегося в разряде

$$E(T_e, T, p, R_0) = 0.24 \cdot 10^{-7} \sqrt{v_m} (v_c \cdot \delta_c \cdot \varepsilon_e + v_{oi} \cdot eU_{oi} + v_w \cdot \Delta\varepsilon_w) [V/cm]. \quad (14)$$

Здесь энергии  $\varepsilon [eV]$ , частоты  $\nu [c^{-1}]$ .

Выражение (7) для средней по сечению температуры газа с учетом явных выражений (8) и (9) для тепловых источников  $q_{V0} = q_{V0}(T_e, T, p, I_r, R_0)$  и  $q_{w0} = q_{w0}(T_e, T, p, I_r, R_0)$  устанавливает зависимость между температурой газа и температурой электронов с внешними заданными параметрами разряда  $p, I_r, R_0, T_{ex}$ .

Еще одно уравнение, связывающее температуру электронов  $T_e$  и температуру рабочего газа  $T$ , следует из условия баланса числа заряженных частиц в плазме.

#### 4. Расчет электронной температуры.

Необходимым условием существования стационарного разряда в газах является поддержание постоянной во времени концентрации заряженных частиц. Баланс числа заряженных частиц в плазме положительного столба низкого давления определяется процессами ионизации в объеме газа и последующими потерями вследствие диффузионных уходов электронов и ионов на стенки газоразрядной трубки. Из уравнения баланса для плотности электронов в случае учета только процессов прямой ионизации вытекает известное соотношение Шоттки. Согласно этому соотношению, частота образования заряженных частиц равна частоте диффузионных уходов этих частиц на стенки разрядной

трубки  $v_{oi}(T_e, T, p) = v_d(T_e, T, p, R_0)$ . В результате можно записать уравнение, которое обычно, при отсутствии процессов ступенчатой ионизации, используется для нахождения электронной температуры в разряде

$$C_i \cdot V_e (eU_{oi}/kT_e + 2) \exp(-eU_{oi}/kT_e) = C_\mu \cdot (2.4/N \cdot R_0)^2 (1/\sqrt{T}). \quad (15)$$

Обычно давление газа в газоразрядной трубке можно считать приближенно постоянным. При этом происходит тепловое вытеснение газа из рабочей зоны в балластные объемы согласно закону  $N = p/kT$ . В этом случае для плотности газа справедливо выражение  $N = N_{00} \cdot p/T$  [ $cm^{-3}$ ], где  $N_{00} = 9.66 \cdot 10^{18}$ , если давление  $p$  [ $mmHg$ ], температура газа  $T$  [ $K$ ]. Однако возможны ситуации, когда явление вытеснения газа при нагревании из рабочего объема отсутствует. При условии  $N(T) = N_{00} \cdot (p/T) = const$ , давление внутри трубки  $p = p_0 \cdot kT$ , где  $p_0$  – исходное давление газа в трубке.

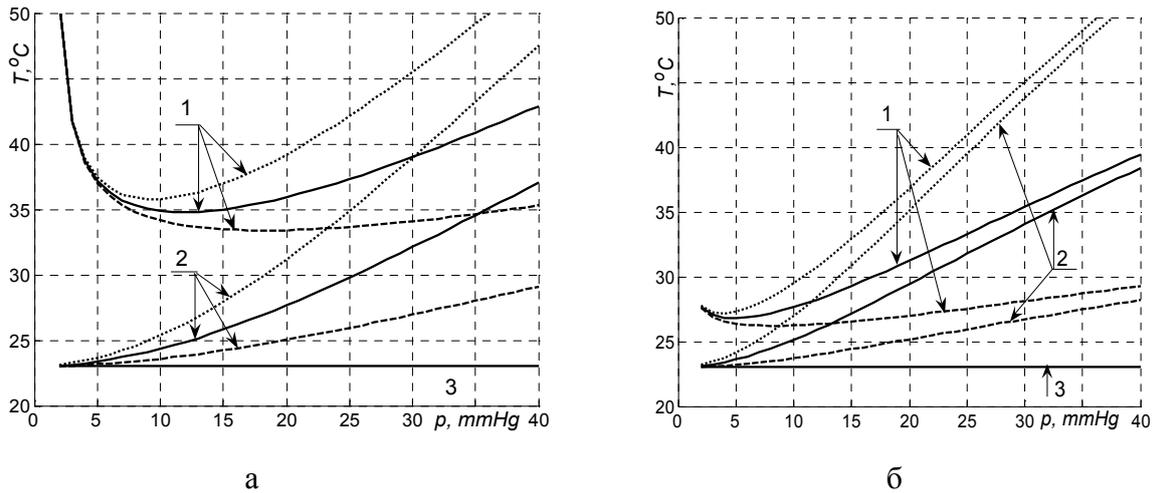
Уравнения (7) и (15) образуют замкнутую систему уравнений для нахождения температуры газа и температуры электронов, а следовательно и напряженности установившегося в разряде продольного электрического поля, плотности электронов в центре трубки при заданных внешних параметрах – давлении газа, величины тока разряда, размеров разрядной трубки и температуры наружной стенки трубки.

### 5. Результаты численных расчетов.

Численный расчет был проделан для разряда в гелии. При этом рассматривались два варианта разрядной трубки: с наличием балластных объемов и без. В гелиевом разряде, согласно [3], постоянные  $C_i = 0.12 \cdot 10^{-17} cm^2/eV$ ,  $eU_{oi} = 24.6 eV$ , частота упругих столкновений электронов с атомами  $\nu_c = 6.5 \cdot 10^{11} p/T$  [ $c^{-1}$ ], с учетом резонансной перезарядки подвижность ионов  $\mu_i = 508.4 \cdot \sqrt{T}/p$  [ $cm^2 \cdot V^{-1} \cdot c^{-1}$ ]. Коэффициент теплопроводности гелия [10]  $\lambda = (48.6 + 0.36 \cdot T) \cdot 10^{-5} \left[ \frac{W}{cm \cdot ^\circ K} \right]$ , для стекла  $\lambda_w = 10^{-2} \left[ \frac{W}{cm \cdot K} \right]$ . Здесь температура  $T$  [ $K$ ], давление газа  $p$  [ $mmHg$ ].

Расчет температур по формулам (5а, 6, 7) проводился как с учетом тепловых источников на внутренней поверхности трубки, так и без, когда в формулах параметр  $q_{w0} = 0$ . Результаты расчетов представлены на рисунках.

На рис.1 приведены результаты расчетов по формулам (5а, 6, 7) температуры газа на оси разряда, вблизи стенок и усредненное значение по сечению в зависимости от давления рабочего газа для двух поперечных размеров разрядной трубки. Видно, что учет энергии, выделяемой на внутренних стенках разрядных трубок, приводит к экстремальной зависимости от давления газовой температуры в положительном столбе тлеющего разряда. Причем, как видно из сравнения кривых 1 на рис.1а и 1б, в рассматриваемой области давлений вклад поверхностной энергии в газовую температуру больше в более узких трубках. Дело в



**Рис.1.** Зависимость температуры газа от давления с учетом (кривые 1) и без учета (кривые 2) тепловых источников на стенках разрядной трубки с внутренним радиусом  $R_0 = 0.035 \text{ см}$  (а) и  $R_0 = 0.075 \text{ см}$  (б). Сплошные кривые – средняя температура газа, точечные – температура в центре трубки, пунктирные – вблизи стенок, прямая 3 – температура наружной стенки трубки. Толщина стенок  $0.15 \text{ см}$ , ток разряда  $I_r = 5 \text{ мА}$ , трубка термостатирована при температуре  $T_s = 23^\circ \text{ С}$ , расчет с учетом  $N_{\text{gas}} = p/T$ .

том, что вклад объемных источников тепла в газовую температуру определяется величиной  $q_{V0}R_0^2$ , а поверхностных – величиной  $q_{w0} = q_w R_0$ . Нетрудно получить, используя полученные в данной работе формулы (8а,9, 10), следующие соотношения пропорциональности

$$q_{V0}R_0^2 = 7.8kT_e (m/M) \sigma_e^2 V_e^2 (p/kT)^2 (I_r/E), \quad (16a)$$

$$q_w R_0 \approx 3.6(eU_{0i} + 3kT_e) \sigma_e V_e V_{\text{gas}} (T_e/T) (I_r/ER_0^2). \quad (16б)$$

Отсюда следует, что при низких давлениях в узких трубках возможно  $q_{w0} \gg q_{V0}R_0^2$  и температура газа определяется поверхностными источниками тепла. Однако с увеличением газового давления усиливается роль объемных источников, особенно для более широких трубок. И, как видно на рис.1а, б, после достижения минимального значения температура газа растет с ростом давления.

На рис.2а,б показано поведение средней по сечению температуры газа в зависимости от давления в трубках разного диаметра при разной величине разрядного тока и разной конструкции. Сплошные кривые соответствуют разрядным трубкам с наличием балластных объемов, куда при нагревании вытесняется газ, давление при этом не меняется. Пунктирные – балластные объемы отсутствуют. Тогда при нагреве газа плотность его не меняется, а возрастает давление. Под давление понимается первоначальное давление при заполнении трубки рабочим газом. Видно, что характер зависимостей температуры от давления для этих конструкций одинаков и разница температур небольшая. Расчетные кривые на рис.2а и 2б показали, что произведение  $pR_0$ , при котором на-

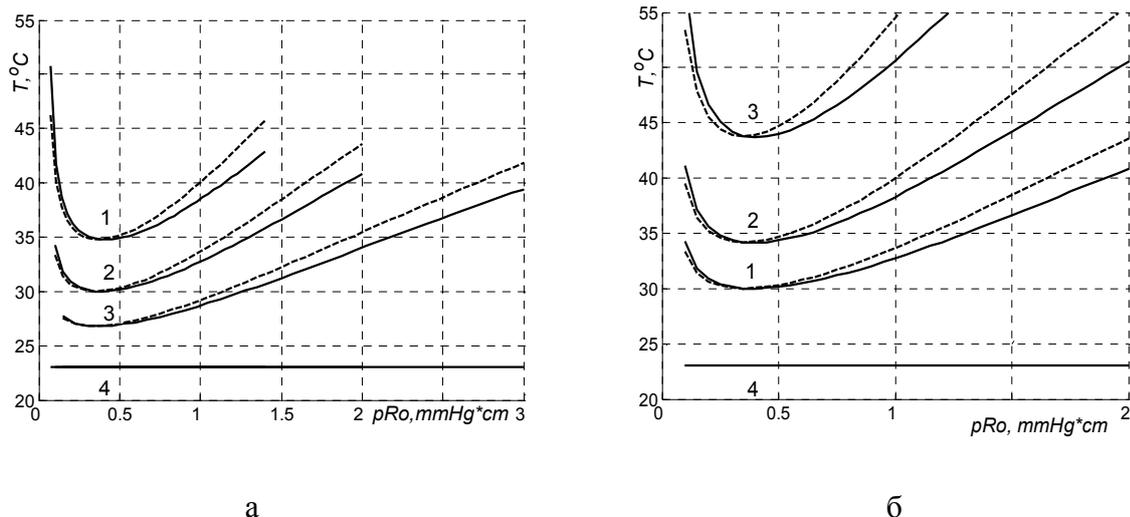


Рис.2. Зависимость средней температуры газа от давления с учетом тепловых источников на стенках разрядной трубки.

(а) Ток разряда  $I_r = 5 \text{ mA}$ . 1 –  $R_0 = 0.035 \text{ cm}$ ; 2 –  $R_0 = 0.05 \text{ cm}$ , 3 –  $R_0 = 0.075 \text{ cm}$ .

(б) Радиус капилляра  $R_0 = 0.05 \text{ cm}$ . 1 –  $I_r = 5 \text{ mA}$ ; 2 –  $I_r = 8 \text{ mA}$ ; 3 –  $I_r = 15 \text{ mA}$ .

Толщина стенок разрядных трубок равна  $0.15 \text{ cm}$ , трубка термостатирована при температуре  $T_s = 23^\circ \text{C}$  (прямые 4). Сплошные кривые –  $N_g = p/T$ , пунктирные –  $N_g = \text{const}$ .

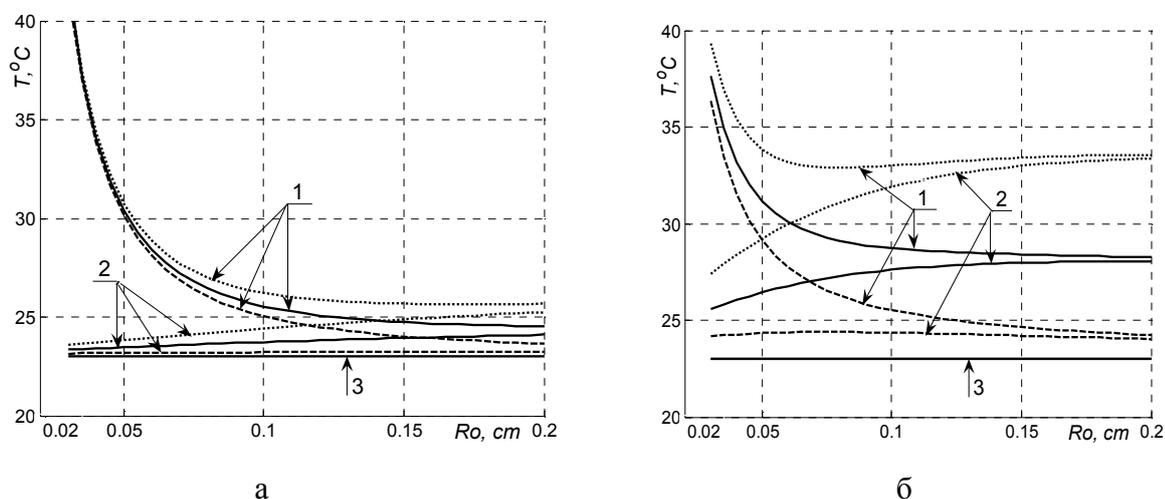


Рис.3. Зависимость температуры газа от радиуса капилляра с учетом (кривые 1) и без учета (кривые 2) тепловых источников на стенках разрядной трубки при давлении газа  $p = 5 \text{ mmHg}$  (а) и  $p = 15 \text{ mmHg}$  (б). Сплошные кривые – средняя температура газа, точечные – температура в центре трубки, пунктирные – вблизи стенок, прямая 3 – температура наружной стенки трубки. Толщина стенок  $0.15 \text{ cm}$ , ток разряда  $I_r = 5 \text{ mA}$ , трубка термостатирована при температуре  $T_s = 23^\circ \text{C}$  (прямые 3), расчет с учетом  $N_{\text{gas}} = p/T$ .

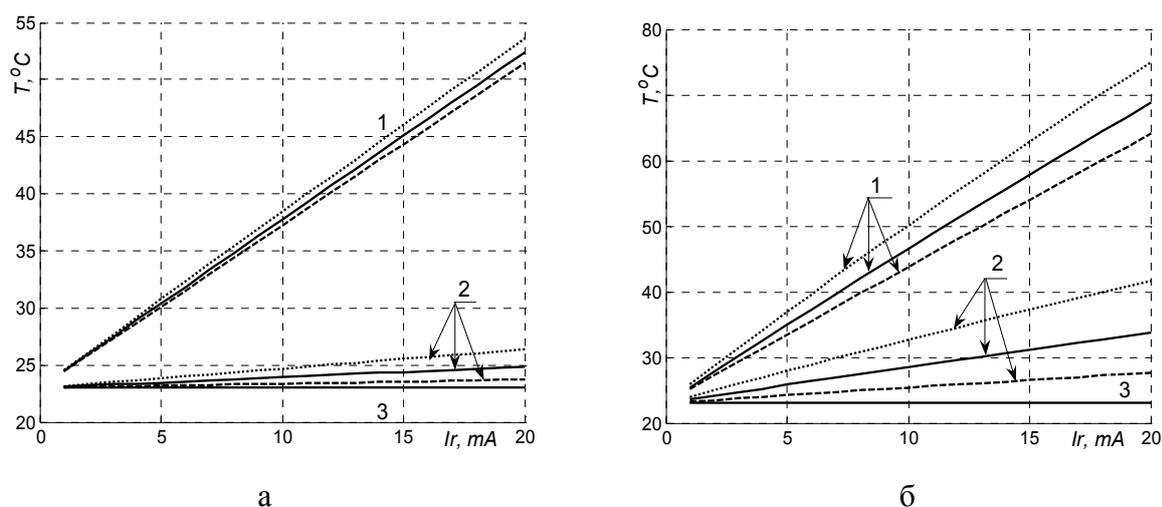


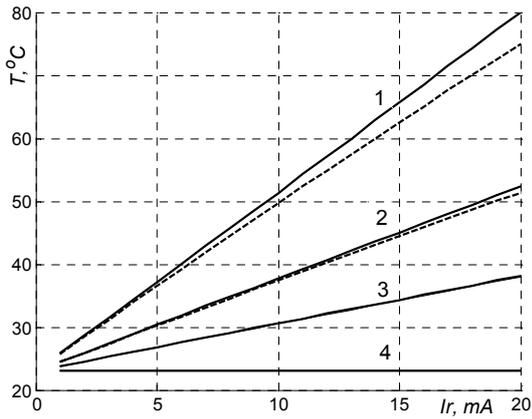
Рис.4. Зависимость температуры газа от тока разряда с учетом (кривые 1) и без учета (кривые 2) тепловых источников на стенках разрядной трубки при давлении газа  $p = 5 \text{ mmHg}$  (а) и  $p = 15 \text{ mmHg}$  (б). Сплошные кривые – средняя температура газа, точечные – температура в центре трубки, пунктирные – вблизи стенок, прямая 3 – температура наружной стенки трубки. Радиус капилляра  $R_0 = 0.05 \text{ см}$ , толщина стенок  $0.15 \text{ см}$ , трубка термостатирована при температуре  $T_s = 23^\circ \text{C}$  (прямые 3), расчет с учетом  $N_{\text{gas}} = p/T$ .

блюдается минимальная температура, почти не зависит от радиуса и тока разряда. Эта особенность позволила оценить величину давления газа, при котором газовая температура минимальна, а именно  $pR_0 \approx 0.4$ , если давление измеряется в *мм.рт.ст.*, а радиус в *см*.

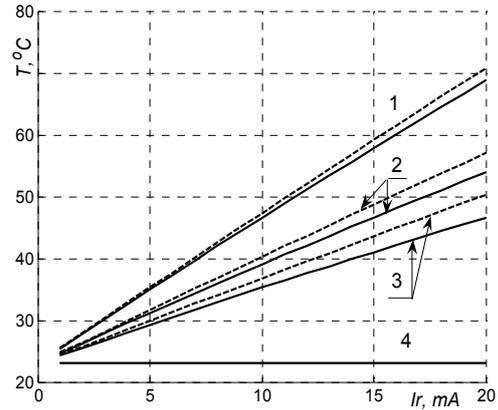
Как видно на рис.3а,3б, в узких трубках температура газа, с учетом тепловых источников на внутренней поверхности трубки, намного выше той же температуры без учета этих источников, для трубок как с низким, так и с высоким давлением газа. С ростом диаметра разрядного капилляра вклад поверхностных источников тепла в температуру газа уменьшается, вклад объемных источников тепла в температуру непосредственно не зависит от размера капилляра. Устанавливается температура, слабо зависящая от размера капилляра, как и следует из формул (5а, 6, 7, 16). Температура, определяемая объемными источниками тепла, вычисляемыми согласно формуле (16а), будет выше при более высоком давлении газа.

Источники тепловой энергии в объеме и на поверхности линейно зависят от тока разряда. Однако коэффициент пропорциональности зависит от внутренних и внешних разрядных параметров. Внутренние параметры разряда также зависят от тока разряда, поэтому линейность не является абсолютной.

Представленные на рис.4 и рис.5 зависимости температуры газа от величины тока разряда соответствуют различным внешним параметрам разряда. На рис.4 видно, что при низком давлении неоднородность температуры газа по радиусу намного меньше, чем при высоком давлении, хотя в том и другом случае



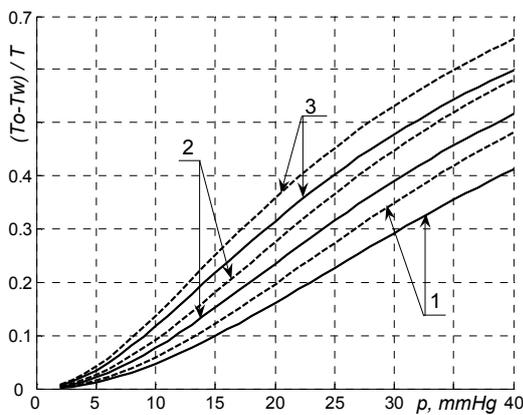
а



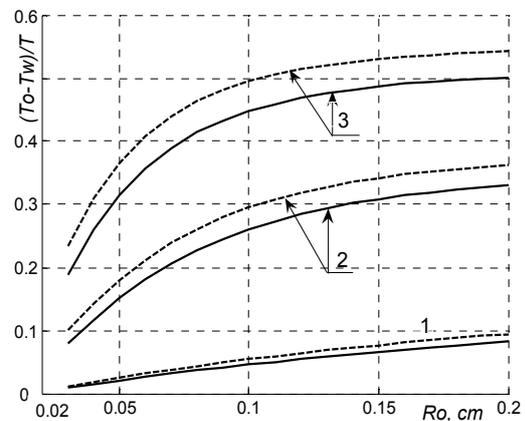
б

**Рис.5.** Зависимость средней температуры газа от тока разряда с учетом тепловых источников на стенках трубки при давлении газа  $p = 5 \text{ mmHg}$  (а) и  $p = 15 \text{ mmHg}$  (б).

Толщина стенок разрядных трубок равна  $0.15 \text{ cm}$ , трубки термостатированы при температуре  $T_s = 23^\circ \text{C}$  (прямые 4). Сплошные кривые –  $N_g = p/T$ , пунктирные –  $N_g = \text{const}$ . 1 –  $R_0 = 0.035 \text{ cm}$ ; 2 –  $R_0 = 0.05 \text{ cm}$ , 3 –  $R_0 = 0.075 \text{ cm}$ .



а

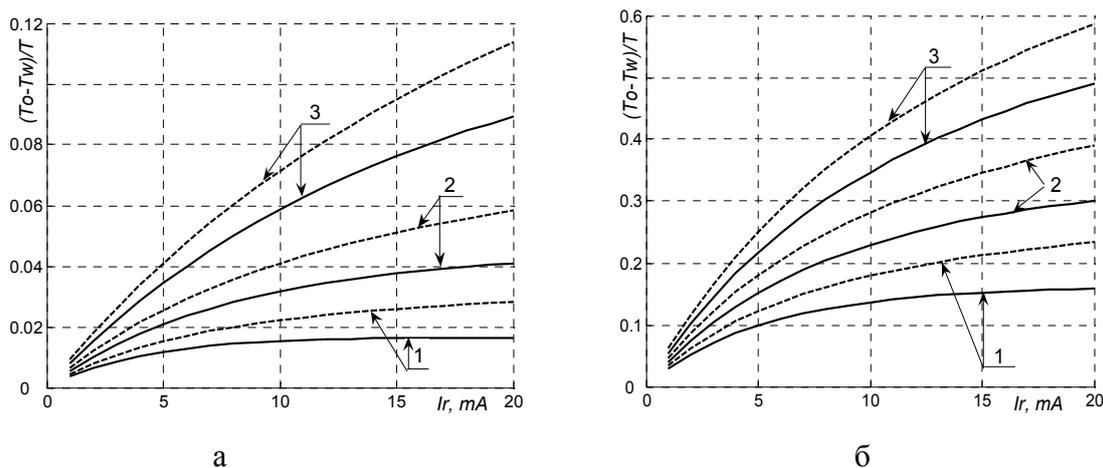


б

**Рис.6.** Зависимость точности расчетов температуры газа от давления газа (а) и от размера капилляра (б) при величине тока разряда  $I_r = 5 \text{ mA}$ . Толщина стенок  $0.15 \text{ cm}$ , трубка термостатирована  $T_s = 23^\circ \text{C}$ , сплошные кривые –  $N_g = p/T$ , пунктирные –  $N_g = \text{const}$ .

(а) 1 –  $R_0 = 0.035 \text{ cm}$ ; 2 –  $R_0 = 0.05 \text{ cm}$ , 3 –  $R_0 = 0.075 \text{ cm}$ .

(б) 1 –  $p = 5 \text{ mmHg}$ ; 2 –  $p = 15 \text{ mmHg}$ , 3 –  $p = 25 \text{ mmHg}$ .



**Рис.7.** Зависимость точности расчетов температуры газа от тока разряда при величине давления газа  $p = 5 \text{ mmHg}$  (а) и  $p = 15 \text{ mmHg}$  (б). Толщина стенок разрядных трубок равна  $0.15 \text{ cm}$ , трубки термостатированы при температуре  $T_s = 23^\circ \text{C}$ . Сплошные кривые –  $N_g = p/T$ , пунктирные –  $N_g = \text{const}$ . 1 –  $R_0 = 0.035 \text{ cm}$ ; 2 –  $R_0 = 0.05 \text{ cm}$ , 3 –  $R_0 = 0.075 \text{ cm}$ .

растет с увеличением тока разряда. Средняя по сечению газовая температура представлена на рис.5.

Как видно на рис.1, при низких давлениях температура газа на оси мало отличается от температуры вблизи стенок. Однако после прохождения минимума по температуре, температура газа на оси растет с ростом давления намного быстрее, чем вблизи стенок. На рис.3 представлена разница температур газа на оси и вблизи стенок трубки в зависимости от давления для трубок разного диаметра. Разница  $T_0 - T_w$  тем больше, чем больше давление и размер капилляра. Кроме того, она больше в трубках, в которых отсутствуют балластные объемы для вытесняемого газа при нагреве. Эта разница важна при расчете точности проведенных численных расчетов.

Неоднородность температурного поля вдоль радиуса ограничивает область параметров, при которых справедливы решения уравнения теплопроводности (7а). Полученные решения справедливы при выполнении условия  $(T_0 - T_w)/T \ll 1$ . Приведенные на рис.4 расчетные кривые показывают, что с ростом давления и радиуса капилляра точность расчетов уменьшается.

### Литература:

1. Энциклопедия низкотемпературной плазмы. / Под ред. В. Е. Фортова. – Т.ХІ-4. Газовые и плазменные лазеры. – М.: Физматлит. – 2005 г.
2. Воронов А.А., Дедов В.П. Принципы построения и проблемы совершенствования плазменных дисплеев // Оптический журнал. – 1999. – Т.66, №6. – С. 79.

3. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. – Наука, Москва, 1987.– 592 с.
4. Грановский В.Л. Электрический ток в газе (установившийся ток).– М.: Наука,1971.– 544 с.
5. Миленин В.М., Тимофеев Н.А. Плазма газоразрядных источников света низкого давления.– Л.:Энергоиздат, 1991.– 240 с.
6. Mikhailovskaya L.V. Energy balance and gas temperature in plasma of positive column in gas discharge narrow tubes. // Proc. SPIE. – 1999. – V. 3686. – P. 62-69.
7. Mikhaylovskaya L.V. Characteristic properties of thermal regime in gas discharge small diameter tube // Proceedings of LFNМ'2002, 4<sup>th</sup> International Workshop on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling, Kharkiv, Ukraine, June 3-5. – IEEE Lasers and Electro Optical Society, 2002. – P. 53-58.
8. Михайловская Л.В, Михайловский С.С. Особенности теплового режима разряда в узких газоразрядных трубках // Физика аэродисперсных систем. – 2004. – № 41. – С.322-333.
9. Михайловская Л.В. Влияние энергии, выделяемой на стенках узких газоразрядных трубок, на неравновесный тепловой режим разряда // Моделирование неравновесных систем // Материалы IX Всероссийского семинара, 13-15 октября 2006 г. / Под ред. В.В. Слабко. ИВМ СО РАН, Красноярск, 2006. 199 с . С.123–127.
- 10.Варгафтик Н.В, Филиппов Л.П, Тарзиманов А.А, Тоцкий Е.Е. Справочник по теплопроводности жидкостей и газов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 352 с.
- 11.Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров С.А. Основы физики плазмы. – М.:Атомиздат, 1977.– 384с.
- 12.Велихов Е.П., Ковалев А.С., Рахимов А.Т. Физические явления в газоразрядной плазме. – М.:Наука,. 1987.–160 с.
- 13.Михайловская Л.В, Михайловский С.С. Влияние параметров разряда на пристеночный (двойной) слой в узких газоразрядных трубках // Вісник Одеськ. держ. ун-ту.– 2000.– Т. 5, вип. 3. Фіз.-мат. науки.– С.141-147.
- 14.Богданов Е., Кудрявцев А.А., Цендин Л.Д., Арсланбеков Р.Р., Колобов В.И., Кудрявцев В.В. Влияние метастабильных атомов и нелокального электронного распределения на характеристики положительного столба в аргоне // Журнал технической физики. – 2004. – Т.74, №.6. – С.35-42.

*Михайловська Л.В, Михайловська А. С.*

**Вплив енергії, яка виділяється на стінках газорозрядних трубок, на температуру газу в позитивному стовпу тліючого розряду**

АНОТАЦІЯ

*Проведені розрахунки просторового розподілення температури газу в позитивному стовпу тліючого розряду з урахуванням як об'ємних, так і поверхових джерел тепла. Аналізується поведінка температури газу в залежності від зовнішніх заданих параметрів розряду в разі дифузійного режиму горіння тліючого розряду. Встановлено екстремальний характер поведінки газової температури при зміні тиску газу. Визначені умови застосування зроблених чисельних розрахунків.*

*Mikhaylovskaya L.V, Mykhaylovskaya A. S.*

**Influence of releasing energy on tube walls on gas temperature in positive column of glowing discharge**

SUMMARY

*The numerical calculations of the space distribution for gas temperature in positive column of glowing discharge have been carried out taking into account volume and surface sources of the heat. The behavior of the gas temperature depending on specified external discharge parameters for the diffusion work regime of glowing discharge has been analyzed here. The extremum nature of gas temperature behavior depending on the gas pressure has been obtained. The conditions of applicability of numerical calculations have been determined.*