

УДК531.745

Кузнецов А.А., Конопасов Н.Г.

*Владимирский государственный университет, г. Владимир, ул. Горького
87. Россия.*

«Вихревая модель» затопленной осесимметричной нагретой струи

На основе экспериментальных работ с малыми и крупными вихревыми кольцами предложена «вихревая модель» затопленной осесимметричной нагретой струи, как суперпозиции вихревых макроструктур. Разработана расчетная база для оценки распределения вертикальных скоростей «вихревой модели» и приведены результаты в сравнении с известными моделями распределения скоростей в симметричных газовых струях

Движение воздуха в атмосферных естественно-конвективных нагретых струях сопровождается непрерывной генерацией и последовательным взаимодействием пузырей, вихревых макроструктур и следов [1, 2]. Известно [1 – 3], что термики образуются и существуют в форме пузырей и в форме струй. Основание струй привязано к генерирующему участку поверхности. Термик в форме пузыря в конечном итоге эволюции представляет собой тороидальное вихревое образование, движущееся за счет архимедовых сил. Пузыри имеют размер до десятков метров и представляют собой плавающие термики, устойчивые к поперечному сдвигу ветровой нагрузки и способные автономно перемещаться на значительные расстояния. Вероятно, затопленные осесимметричные струи могут быть представлены их суперпозицией [3 – 5]. Цель работы – исследование правомерности представления осесимметричной турбулентной нагретой струи суперпозицией вихревых макроструктур.

Экспериментальная часть. Для достижения указанной цели и исследования возможностей применения вихревых колец в различных целях была создана экспериментальная установка [4, 5], имеющая сосредоточенный тепловыделитель и позволяющая на разных режимах работы получать и крупномасштабные вихри, и осесимметричные струи. При постоянном давлении на входе в форсунку и при непрерывной подаче топлива она создает в свободной атмосфере турбулентную вертикальную осесимметричную струю нагретых продуктов сгорания. Если топливо подавать на вход форсунки отдельными импульсами давления, разделенными достаточными промежутками времени (не менее 10 с), то получается серия независимых кольцевых вихрей, проходящих в атмосфере путь в сотни метров и достигающие размеров в десятки метров. Время жизни таких вихрей – сотни секунд [6].

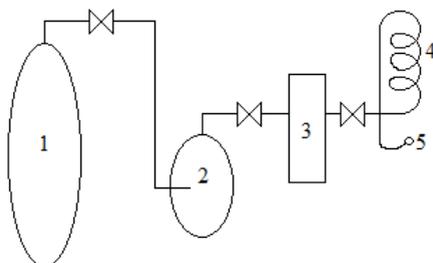


Рис. 1. Принципиальная схема установки производства тороидальных вихрей

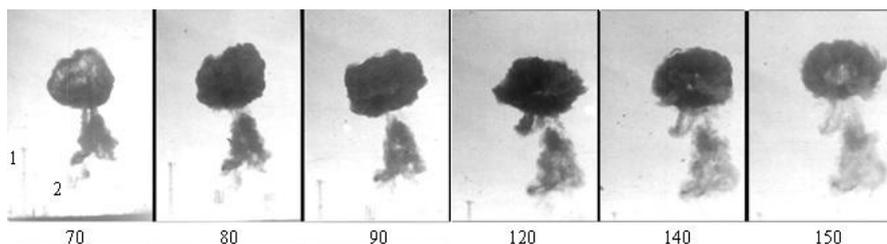


Рис. 2. Последовательные кадры кинограммы образования и движения вихря на начальном участке траектории через интервал времени (с) после воспламенения топлива. Обозначения: 1 – мачта-шар высотой 15 м и диаметром шара 3 м, форсунка и теплообменник (узел 4-5 см. рис. 1)

Образование вихрей происходит при сжигании порции топлива ТС-1, распыляемого центробежной шнековой форсункой, рассчитанной на расход 3.4 л/с при перепаде давления 100 атм. Схема установки представлена на рис. 1. Топливо из емкости 1 поступает в подкачивающий насос 2, а от него на вход насоса высокого давления 3 с регулируемой производительностью от 0 до 3.4 л/с и давлением до 250 атм. Далее через теплообменник 4 топливо поступает к центробежной форсунке 5. Тороидальный вихрь в атмосфере образуется при быстром (0.3 – 0.5 с) увеличении расхода топлива через форсунку от нулевого до максимального, выдержке максимального расхода в течение 2 с и резком выключении подачи топлива. Импульс вихрю сообщается топливом при его распылении и за счет архимедовой силы. Для визуализации вихря созданы условия его задымления (рис. 2). Кинографирование вихрей позволило получить сведения об их пространственно-временных характеристиках [6 – 8]. На рис. 2 представлена серия негативов, позволяющая проследить процесс образования пузыря, вихревой макроструктуры и следа при движении термика на начальном участке траектории.

Осесимметричная турбулентная нагретая струя как суперпозиция вихревых макроструктур. На основании данных опытов по регистрации ки-

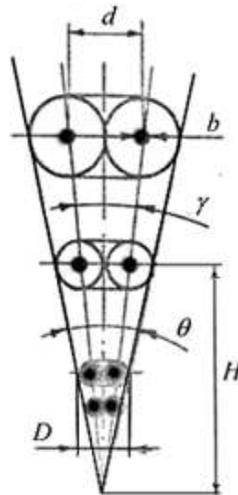


Рис. 3. Схема измерений

нограмм, наблюдению и измерению параметров динамики зарождения и развития крупномасштабного кольцевого вихря при его движении в свободной атмосфере (рис. 2) было установлено, что с ростом высоты H подъема меняются его скорость v , диаметр и угол расхождения γ без изменения горизонтальной ориентации (рис. 3) [6 – 8]. Основаниями к тому, чтобы представить осесимметричную турбулентную нагретую струю суперпозицией вихрей служат следующие экспериментальные факты:

1. При рассмотрении вихревой линии под некоторым углом возвышения в проекции видится эллипс, поэтому угловой размер видимой части определялся по отношению продольного и поперечного размеров вихря, или точнее видимой задымленной части, внутри которой расположена вихревая линия. При зарождении вихря, когда задымлен весь объем вихревой структуры, по кинограмме измерялся внешний диаметр D вихря по углу θ , с определением его зависимости от высоты подъема (рис. 3). В этот интервал времени $\theta = 23.7^\circ$. По мере подъема, увеличения размеров, уменьшения задымления с проявлением вихревой структуры, когда размер b становится много меньше d , угол θ уже составляет 23.2° и появляется возможность вычислить угол γ , который в 2 раза меньше. С учетом погрешности на задымление значения углов расхождения одиночного вихревого кольца и осесимметричной турбулентной струи практически совпадают [9].
2. Скорость вихря обратно-пропорциональна пройденному им расстоянию [6], что совпадает с зависимостью скорости турбулентной струи от расстояния до полюса [9].
3. Источник струи (например, форсунка) создает вихри с одинаковой циркуляцией, которые при осевом взаимодействии могут менять только свои размеры. Вихри, следующие друг за другом с небольшими промежутками времени и в условиях отсутствия поперечного (ветрового) сдвига на активном

участке, взаимодействуют в осевом направлении с организацией «игры вихрей», или «чехарды» [7, 10]. При увеличении частоты генерации вихрей в «чехарду» вовлекается все большее их число. В предельном случае образуется системный осевой динамический процесс, определяемый как осесимметричная струя с макроскопической турбулентностью.

4. Вихри, следующие друг за другом с большими промежутками времени и в условиях поперечного (ветрового) сдвига на пассивном участке, взаимодействуют в радиальном направлении. При контакте вихрей происходит их объединение, скачкообразный рост диаметра с сопутствующим падением вертикальной составляющей скорости и резким торможением, что характерно и для пассивного участка осесимметричной струи [7 – 10].

К оценке распределения осевых скоростей в сечении осесимметричной струи. Если не учитывать непрерывный процесс вовлечения окружающего воздуха, то время жизни вихря в первом приближении должно расти пропорционально R^2 . Учет фактора вовлечения в рост вихревой линии должен привести к уменьшению показателя степени. Опыты, проведенные с вихрями малых диаметров, показали, что время жизни вихря определено линейной функцией [11]. Измеренное время жизни вихря с начальным диаметром 3 м оказалось не менее 4 мин, а рассчитанное по данным [11] – 200 – 300 с.

Вышеприведенные аргументы дают основание считать, что профиль скоростей в сечении осесимметричной струи можно найти, если просуммировать эпюры скоростей кольцевых вихрей с радиусом R [11]. Для решения этой задачи необходимо знать распределение осевых скоростей v_z по сечению кольцевого вихря. Эту зависимость можно получить, используя условие постоянства циркуляции скорости вихря и закон Био-Савара [11]:

$$d\vec{v} = \frac{\Gamma}{4\pi} \cdot \frac{[d\vec{L}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (1)$$

где $d\vec{v}$ – вектор дополнительной индуцированной скорости элементом dL вихревого кольца, Γ – циркуляция вихря, \vec{r} – радиус вектор, проведенный от элемента dL к точке наблюдения.

После ряда преобразований можно получить выражение для скорости и её составляющих в любой точке пространства. Сравнение результатов с экспериментом показывает, что хорошее согласие наблюдается при не очень малых значениях r . Значительное расхождение наблюдается при $r/R < 0.3$ – в окрестности вихревой линии теория дает разрыв эпюры скоростей, а газ в этой области (ядро вихря) движется подобно твердому телу [12].

Рассмотрим этот вопрос с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Выделим вокруг вихревой линии тор (рис. 4). Импульс, переносимый молекулами газа к вихревой линии, определяется турбулентной диффузией молекул в радиальном направлении. Поток молекул через поверхность тора радиусом r_0 (масштаб турбулентности), окружающего вихревую линию

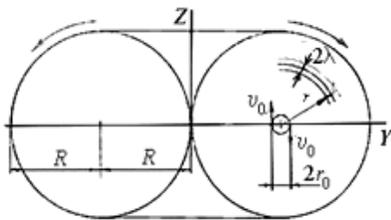


Рис. 4. К расчетной модели

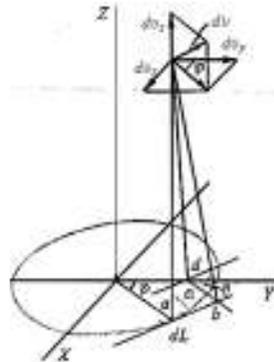


Рис. 5. Распределение скоростей в пространстве вихря

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{4} n S_T v_T, \quad (2)$$

где n – концентрация молекул газа, S_T – боковая поверхность тора с радиусом r_0 , v_T – средняя тепловая скорость молекул газа. Боковая поверхность тора

$$S_T = 4\pi^2 R r_0 \quad (3)$$

Молекулы, влетающие внутрь этого тора, обладают скоростью упорядоченного движения v_0 или импульсом $m v_0$, (m – масса молекулы).

В результате турбулентного перемешивания в окрестности вихревой линии существует сток импульсов. Используя (2) и (3) можно определить поток импульса к вихревой линии:

$$\frac{dN}{dt} m v_0 = \frac{1}{4} n 4\pi^2 R v_T m v_0 r_0 = n \pi^2 R r_0 m v_0 v_T = \rho \pi^2 R r_0 v_0 v_T, \quad (4)$$

где $\rho = mn$ – плотность газа. Очевидно, что через любую замкнутую поверхность, охватывающую вихревую линию (например, тора произвольного радиуса $r < R$), этот поток в направлении вихревой линии определяется формулой (4).

Выделим у поверхности тора с радиусом r область, ограниченную радиусами $(r + \lambda)$ и $(r - \lambda)$, где λ – длина свободного пробега. Выразив поток импульса через эту поверхность к вихревой линии через градиент скорости, и решая дифференциальное уравнение в предположении, что в системе координат, связанной с вихрем, эпюра скоростей в его сечении симметрична относительно вихревой линии, получим: $v = v_0 + \frac{r_0 v_0}{2\lambda} \cdot \ln \frac{r}{r_0}$, или

$$\Gamma = 2\pi r v_0 + \frac{2\pi r_0 v_0}{2\lambda} \cdot r \cdot \ln \frac{r}{r_0} = 2\pi v_0 r \left(1 + \frac{r_0}{2\lambda} \cdot \ln \frac{r}{r_0} \right). \quad (5)$$

Используя уравнение (5) и в обозначениях рис. 5 формулу (1) можно представить в виде:

$$d\upsilon = \frac{\upsilon_0 r \left(1 + \frac{r_0}{2\lambda} \cdot \ln \frac{r}{r_0}\right) \cdot R \cdot \sqrt{z^2 + (R - y \cos \varphi)^2}}{2(R^2 + y^2 + z^2 - 2Ry \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}} \cdot d\varphi \quad (6)$$

Согласно рис. 5 проекции $d\vec{\upsilon}$ на оси координат

$$d\upsilon_x = d\upsilon \sin \theta \sin \varphi, \quad d\upsilon_y = d\upsilon \sin \theta \cos \varphi, \quad d\upsilon_z = d\upsilon \cos \theta, \quad (7)$$

где

$$\cos \theta = \frac{R - y \cos \varphi}{\sqrt{z^2 + (R - y \cos \varphi)^2}}, \quad (8)$$

$$\sin \theta = \frac{z}{\sqrt{z^2 + (R - y \cos \varphi)^2}}. \quad (9)$$

Подставив (6), (7), (8) в (6) для υ_z и, интегрируя по φ от 0 до 2π , получим:

$$\upsilon_z = \frac{\upsilon_0 r \pi \cdot \left(1 + \frac{r_0}{2\lambda} \cdot \ln \frac{r}{r_0}\right)}{RA^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(1 + \sum b_n B^{2n}\right) - \frac{\upsilon_0 r \pi \cdot \left(1 + \frac{r_0}{2\lambda} \cdot \ln \frac{r}{r_0}\right) \cdot Y}{RA^{\frac{3}{2}}} \cdot \sum a_n B^{2n-1},$$

$$\text{где } a_1 = \frac{3}{4}; \quad a_{n+1} = \frac{(4n+1)(4n+3)}{4n(4n+4)} \cdot a_n; \quad b_1 = \frac{3 \cdot 5}{2! \cdot 2^2}; \quad A = 1 + Y^2 + Z^2,$$

$$b_{n+1} = \frac{(4n+3) \cdot (4n+5)}{(4n+4)^2} \cdot b_n; \quad Y = \frac{y}{R}; \quad B = \frac{2Y}{1 + Y^2 + Z^2}; \quad Z = \frac{z}{R}. \quad (10)$$

$$\text{При } z = 0: \quad \upsilon_z = \frac{\upsilon_0 r \pi \left(1 + \frac{r_0}{2\lambda} \cdot \ln \frac{r}{r_0}\right)}{R \cdot A^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(1 + \sum b_n \cdot B^{2n}\right).$$

На рис. 6 значения υ_z , рассчитанные по формуле (10) отнесенные к среднему значению υ_z на участке $0 < y/R < 0.5$ и отложены по оси ординат. По оси абсцисс отложена безразмерная координата $Y = y/R$. На этом рисунке нанесены также экспериментальные точки [11]. Из рис. 6 видно, что теоретическая кривая «вихревой модели» по характеру зависимости такая же, как и экспериментальная. Однако, при $y/R > 1$ наблюдается значительное количественное расхождение: теория дает скорости на периферии вихря в 2–3 раза меньше.

Применение «вихревой модели» к расчету поля скоростей турбулентной струи. Полагая, что осесимметричная нагретая струя продуктов сгорания мететрона может быть представлена суперпозицией вихревых макроструктур в формах кольцевых вихрей, а также, что источник струи создает кольцевые вихри с одинаковой циркуляцией, можно рассматривать любое сечение активного участка струи совокупностью концентрических кольцевых вихрей. В рамках этого предложения был проведен численный расчет сложения скоростей десяти соосных вихрей, вихревые линии которых находятся в одной плоскости, а радиусы вихревых линий представляют ряд значений $R = An$, где A – постоянная, а n – номер вихря. Вертикальная скорость υ'_z в турбулентной струе на неко-

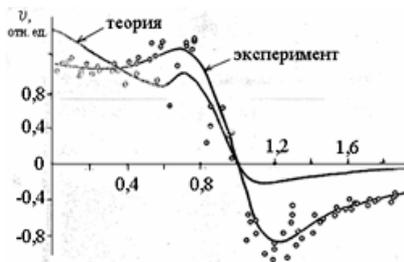


Рис. 6. Сравнительное распределение относительных скоростей

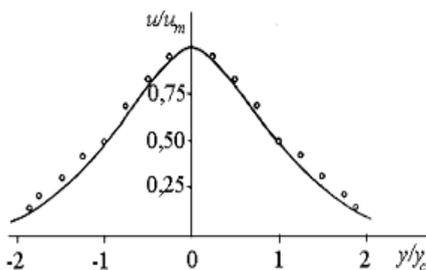


Рис. 7. Сравнение данных «вихревой модели» с распределением скоростей в осесимметричной струе (по Толмину)

тором расстояния r от оси, может быть определена как сумма проекций \bar{v}_λ от ряда кольцевых тороидальных вихрей. Для ее определения необходимо найти сумму ряда, каждый член которого вычисляется в соответствии с формулой (9). Суммарная циркуляция вихрей Γ_Σ может быть найдена, исходя из знания начальных параметров струи. Такой расчет был произведен в сравнении с экспериментальными результатами, полученными в работе для вихревых колец малого диаметра [11].

Задача определения распределения скоростей в тороидальном вихре сводится к решению эллиптических интегралов 1 и 2 рода с получением конечной расчетной формулы:

$$v_z = \frac{\Gamma(2 + 5Y^2 + Y^4)}{4R(1 + Y^2)^{5/2}(1 - Y^2)}.$$

На рис. 7 приведено сравнение результатов суммирования распределения скоростей для десяти вихрей с распределением скоростей в осесимметричной струе по Толмину (сплошная кривая) в обозначениях источника [9] и в формате графика. Из рис.7 видно, что проведенный расчет дал близкие к прогнозируемым результаты.

Выводы:

1. Кольцевые вихри могут рассматриваться, как элементы струйной конвекции, а осесимметричные струи – как суперпозиция достаточно большого их числа.
2. Знание траектории вихря и его вертикальной скорости позволяет определять вертикальный профиль скорости ветра без использования шаровозондов.

Литература:

1. Винниченко Н.К., Пинус Н.З., Шметер С.М., Шур Г.Н. Турбулентность в свободной атмосфере. – Л: Гидрометеоздат. – 1968. – 335 с.

2. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы и каверны / Пер. с англ. Под ред. Г.Ю. Степанова. – М.: Мир, 1964. – 468 с.
3. Мазин Й.П., Шметтер С.М. Облака, строение и физика образования. – Л.: Гидрометеозидат. 1983. – 279 с.
4. Кузнецов А. А., Конопасов Н. Г. Экспериментальное моделирование факелов горящих газовых и нефтяных скважин. Тепловые установки метеотрон II и III // Инженерная физика. – 2008. – № 3. – С. 20 – 24.
5. Кузнецов А.А. Экспериментальное исследование динамической структуры вертикального факела пламени при работе метеотрона III // Физика аэродисперсных систем. – Украина. Одесса: ОНУ. 2008. – Вып. 45. – С. 55 – 66.
6. Кузнецов А.А., Конопасов Н.Г. Экспериментальные исследования кольцевых вихрей продуктов сгорания в свободной атмосфере // Физика аэродисперсных систем. – Одесса. Украина. ОНУ. 2005. – № 42. – С. 100 – 106.
7. Конопасов Н. Г., Кузнецов А. А., Кунин В. Н. Экспериментальное исследование структуры и взаимодействия вихревых колец в свободной атмосфере // Физико-математические основы индустрии наносистем и материалов. Труды ВлГУ. Владимир. 2010. – Вып. 7. – С. 45 – 49.
8. Кузнецов А.А. Динамическая структура вихревых колец // Дисперсные системы. – Одесса: ОНУ. 2008. С. 243 – 244.
9. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. – М.: Физматгиз. 1960. 715 с.
10. Кузнецов А.А. Взаимодействие вихревых колец // Дисперсные системы. – Одесса: ОНУ. 2008. С. 244 – 245.
11. Кунин В.Н., Конопасов Н.Г., Пак К.И. и др. Эксперименты по получению устойчивых тороидальных плазменных образований при атмосферном давлении. Вопросы низкотемпературной плазмы и магнитогидродинамики. – Рязань: РРТИ. 1978. – С. 4 – 37.
12. Maxworthy T. The structure and stability of vortex rings // J. Fluid Mech. 1972. – V. 51, Pt 1. – P. 15 – 32.

Kuznetsov A.A., Konopasov N.G.
«Vortex model» of submerged axisymmetric heated jet

SUMMARY

On the basis of experimental works with small and large vortex rings «the vortex model» is proposed to the submerged axisymmetric heated jet as to superposition of vortex macrostructures. The basis for an estimation of «vortex model» vertical speeds distribution is developed and results are given in comparison with known models of speeds distribution in axisymmetric gas jets.

Кузнецов А.А., Конопасов Н.Г.
Вихрова модель затопленого вісесиметричного нагрітого струменя

АНОТАЦІЯ

На основі експериментальних робіт з малими і крупними вихровими кільцями запропонована «вихрова модель» затопленого вісесиметричного нагрітого струменя, як суперпозиції вихрових макроструктур. Розроблено розрахункову базу для оцінки розподілу вертикальних швидкостей «вихрової моделі» і приведено результати порівняно з відомими моделями розподілу швидкостей в симетричних газових струменях.