

**Драган Г. С., Колесников К. В., Кутаров В. В.**

*Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова*

### **Температурный профиль сферического объема плазмы с учетом рекомбинационных процессов**

*Разработана физико-математическая модель теплового баланса открытой плазменной среды с центральным источником при наличии отрицательного градиента температуры и с учетом ионизационно-рекомбинационных процессов. Скорость ионизации рассчитывалась по формуле Дравина на основе приближения Бете-Борна, скорость рекомбинации описывается обобщенной теорией Томпсона. Показано, что отрицательный градиент температуры приводит к нарушению равновесия ионизационно-рекомбинационных процессов, в результате чего тепловыделение за счет рекомбинации преобладает по отношению к теплотерям за счет ионизации, что существенно влияет на температурные профили. Проведены расчеты профилей температуры с учетом ионизации и рекомбинации железа при различных параметрах среды.*

**Введение.** При расчетах потоков низкотемпературной плазмы в каналах [1] или в открытом пространстве [2], а также при распаде плазмы, образующейся в результате взрыва [3], необходимо знать распределение температуры среды к периферийным участкам. Остывание плазмы происходит за счет выноса энергии путем теплопроводности, излучения и конвекции. Такие ситуации реализуются в факеле газодисперсного металлизированного пламени [1-3], электродугового разряда [4, 5], канале магнито-гидродинамического генератора [6] и других случаях. Во многих случаях источник плазмы можно представить точечным, что позволяет перейти к сферической симметрии при решении данной задачи.

Обычно радиальное распределение температуры по сечению факела имеет вид гиперболической зависимости с отрицательным градиентом температуры, что обусловлено стационарным теплоотводом в окружающую среду. Факел газодисперсного пламени или электродугового разряда в ядре имеет температуру в пределах 2000-6000 К, и поэтому атомы газовой фазы в значительной степени ионизированы. Температурные профили факела, являются неизменными, что обеспечивается стабильным внутренним источником энергии и постоянным значением температуры окружающей среды. Таким образом, при расчете температурных профилей факела обычно рассматриваются только указанные теплотери.

Наряду с тем, при ионизации атомов газовой фазы затрачивается определенная энергия, равная энергии ионизации атома. Безусловно, что при обратном процессе – рекомбинации электрона с ионом происходит выделение такой же энергии в плазменной среде. Эти процессы могут играть значительную роль при определении профиля температуры. Действительно, ионизационно-рекомбинационные процессы в данном случае аналогичны конденсации и испарению капель, при которых выделяется или затрачивается тепловая энергия.

Ионизационно-рекомбинационные процессы в равновесной плазменной среде описываются при помощи уравнения Саха, согласно которому для ионизации атомов среды необходимо затратить энергию равную потенциалу ионизации. В равновесном случае выполняется принцип детального равновесия, при котором скорость ионизации равна скорости рекомбинации. Этому процессу соответствует равенство выделяемой и поглощаемой энергии. Однако при наличии постоянного отрицательного градиента температуры среды ионизационное равновесие смещается в сторону уменьшения степени ионизации за счет рекомбинационных процессов, то есть скорость рекомбинации превышает скорость ионизации, что нарушает тепловой баланс. Следовательно, эту часть энергии необходимо учитывать в уравнении теплового баланса.

Настоящая работа посвящена разработке физико-математической модели теплового баланса и определению температурного профиля открытой плазменной среды с центральным источником при наличии отрицательного градиента температуры и с учетом рекомбинационных процессов.

**Постановка задачи.** Низкотемпературная плазма имеет внутренний источник энергии и распространяется в среде с постоянной температурой. Предположим, что ионизация атомов происходит электронным ударом, а при рекомбинации электрона с положительным ионом энергия ионизации превращается в тепловую энергию в результате столкновений возбужденного атома с другими атомами или молекулами. Последнее возможно в плазменной среде при атмосферном или повышенном давлении. Излучательной рекомбинацией пренебрегаем.

Пусть теплотери, обусловленные теплопроводностью, излучением и конвекцией постоянны, в результате чего устанавливается некоторое радиальное распределение температуры плазмы. Задаем граничные условия: температура центрального участка плазмы равна  $T_0$ , а температура на границе плазмы равна температуре окружающей среды. Тогда стационарное уравнение теплопроводности с внутренними источниками энергии можно представить в виде:

$$\lambda \Delta T = -Q_r \frac{dn_e}{dt} + Q_i, \quad (1)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $T$  – температура,  $Q_r$  – тепловой эффект рекомбинации,  $n_e$  – среднее значение концентрации электронов при однократной ионизации,  $Q_i$  – другие возможные источники.

При рассмотрении задачи будем предполагать, что факел стационарный и поэтому можно ограничиться рассмотрением стационарной задачи теплопроводности, представленное в уравнении (1). Входящий в это уравнение коэффициент теплопроводности является степенной функцией температуры. Это обстоятельство необходимо учитывать при численных расчетах. Однако, на данном этапе исследования для облегчения вывода аналитических выражений будем полагать коэффициент теплопроводности некоторой постоянной, усредненной по всему объему плазмы.

Равновесная концентрация электронов определяется из формулы Саха:

$$\frac{n_e n_i}{n_a} = \frac{v_e v_i}{v_a} \exp\left(\frac{-I}{k_B T}\right). \quad (2)$$

где  $v_{e,i,a}$  – эффективная плотность состояний электронов, ионов и атомов соответственно,  $I$  – потенциал ионизации атомов равный энергии, выделяемой при рекомбинации,  $T$  – температура,  $k_B$  – постоянная Больцмана.

Скорость изменения концентрации электронов определяем из равенства:

$$\frac{dn_e}{dt} = \alpha_{ion} - \beta_{rec}. \quad (3)$$

Скорость ионизации  $\alpha_{ion}$  находится из полуэмпирической формулы, предложенной Дравином на основе приближения Бете-Борна [7]:

$$\alpha_{ion} = 8\pi a_0^2 \left(\frac{R_y}{E_k}\right)^2 f_k N \sqrt{\frac{2k_B T}{\pi m_e}} u_k \Psi_1(u_k). \quad (4)$$

где  $a_0$  – радиус Бора,  $R_y$  – энергия Ридберга,  $E_k$  – энергия связи атома,  $f$  – функция, которая согласно простейшей теории Томсона принимает вид

$$f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}, \quad u_k = \frac{E_k}{k_B T},$$

Значения функции  $\Psi_k$  приведены в [7, С. 42].

Скорость рекомбинации  $\beta_{rec}$  [8] хорошо согласуется с численными расчетами [9] и относится к температурам до 5000 К. При всей ее простоте обобщенная теория Томпсона дает результат, близко совпадающий с результатами более сложных вычислений.

$$\beta_{rec} = 1.09 \cdot 10^{-20} n_e T^{\frac{9}{2}}. \quad (5)$$

Сравним скорости ионизации и рекомбинации в зависимости от температуры (рис.1). Как видно из графиков, скорость рекомбинации превышает скорость ионизации, что можно объясняется наличием смещения ионизационного равновесия при снижении температуры среды и преобладанием рекомбинационных процессов над ионизационными.

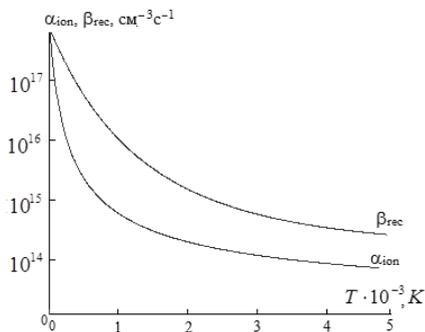
Определим граничные условия задачи в виде постоянных значений температуры среды на границах системы. При  $r = r_0$ ,  $T(r_0) = T_0$ , а на бесконечности температура плазмы равняется с температурой окружающей среды, то есть при  $r = r_\infty$ ,  $T(r_\infty) = T_s$ .

Учитывая вышеизложенное, запишем уравнение теплопроводности (1) в сферической системе координат

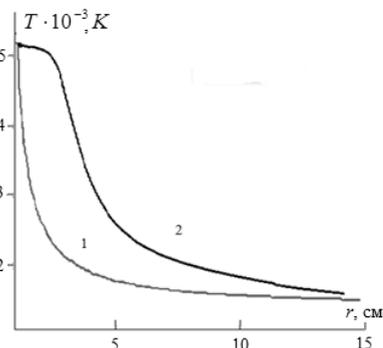
$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -\frac{Q_r}{\lambda} \left( AT^{\frac{1}{2}} - BT^{\frac{9}{2}} \right). \quad (6)$$

Разделив переменные в (7) и дважды проинтегрировав по координате  $dr$ , получим зависимость  $T(r)$ :

$$T(r) = T_0 - (Ar^4 - B)r^{\frac{3}{2}}. \quad (7)$$



**Рис. 1.** Зависимости скорости ионизации  $\alpha_{ion}$  и скорости рекомбинации  $\beta_{rec}$  от температуры



**Рис. 2.** Температурные профили расширяющейся плазмы с центральным источником: 1 – расчет по аналитическому решению, 2 – расчет методом численного интегрирования с интенсивно идущими рекомбинационными и ионизационными процессами

где  $A, B$  – константы интегрирования.

Расчеты проводились для частиц железа, потенциал ионизации атомов железа  $I = 7.9$  эВ, энергия связи атома  $E_k = 4.27$  эВ. Результаты расчетов приведены на рис. 2. Выпуклость температурного профиля на кривой 2 физически объясняется значительным по мощности тепловыделением в результате преобладания рекомбинации над ионизацией в объеме плазмы. Фактором, который ослабляет действие этих источников, является, уменьшение тепловой скорости ионов с уменьшением температуры и довольно резкое снижение степени ионизации плазмы, вызванное, как уже отмечалось, смещением ионизационного равновесия.

**Заключение.** Проведенные исследования показали, что ионизационно-рекомбинационные процессы могут существенно повлиять на профиль температуры в плазменной среде с отрицательным градиентом температуры, что обусловлено смещением ионизационного равновесия при понижении температуры плазменной среды, причем при низких температурах тепловой эффект снижается из-за экспоненциальной зависимости степени ионизации от температуры.

### Литература:

1. Драган Г.С. // Вестник Одесск. гос. ун-та. – 2003. – Т 8. – Вып.2. Физ.-мат. науки. – С. 163-185.
2. Золотко А.Н., Вовчук Я.И., Полетаев Н.И., Флорко А.В. Синтез наноксидов в двухфазных ламинарных пламенах // Физика горения и взрыва. – 1996. – Т. 32., №3. – С. 24-34.
3. Ageev N.D., Kiro S.A., Kostishin Yu.N. in: Challenges in Propellants and Combustion

100 Years Nobel, May 1996.

4. Ennan A.A., Dragan G.S. // Вкн. «Dusty plasmas in applications». 2nd Intern. Confer., August, 2007, Odessa, Ukraine. – P.35-37.
5. G.S. Dragan et. al. // Contr. 2-th Intern. Conf "Dusty plasmas in applications" 2007, Odessa, Ukraine. – P. 30-32.
6. Велихов Е.П., Волков Ю.М., Дьяконов Б.П. и др. Исследование импульсных МГД-генераторов для геофизических исследований и прогноза землетрясений. // Тр. УИ Междунар. конф. по МГДГ. – Вашингтон. – 1975. – Т. 5. – С. 211-223.
7. Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы – М.: Наука, 1982. – 378 с.
8. Bates D R, Kingston A E & McWhirter R W P. Recombination between electrons and atomic ions. I. Optically thin plasmas. Proc. Roy. Soc. London Ser. A 267:297-312, 1962.
9. Hinnov E., Hirschber J. G. Electron-Ion Recombination in Dense Plasmas // Phys. Rev. – 1962. – Vol.125. – P. 795.

**Драган Г. С., Колесніков К. В., Кутаров В. В.**  
**Температурний профіль сферичного об'єму плазми з врахуванням  
рекомбінаційних процесів**

**АНОТАЦІЯ**

*Розроблено фізико-математична модель теплового балансу відкритого плазменного середовища з центральним джерелом при наявності негативного градієнта температури і з урахуванням іонізаційно-рекомбінаційних процесів. Швидкість іонізації розраховувалася за формулою Дравіна на основі наближення Бете-Борна, швидкість рекомбінації описується узагальненою теорією Томпсона. Показано, що від'ємний градієнт температури призводить до порушення рівноваги іонізаційно-рекомбінаційних процесів, в результаті чого тепловиділення за рахунок рекомбінації переважає по відношенню до тепловтрат за рахунок іонізації, що суттєво впливає на температурні профілі. Проведено розрахунки профілів температури з урахуванням іонізації і рекомбінації заліза при різних параметрах середовища.*

**Dragan G.S., Kolesnikov K.V., Kutarov V.V.**  
**Temperature profile of a spherical plasma volume, taking into account  
recombination processes**

**Summary**

*A physical-mathematical model of the heat balance of an open plasma environment with a central source in the presence of a negative temperature gradient and taking into account ionization-recombination processes has been developed. The ionization speed was calculated using the Dravin formula based on the Bethe-Born approximation; the recombination speed is described by the generalized Thompson theory. It is shown that a negative temperature gradient leads to an imbalance of ionization-recombination processes, as a result of which heat release due to recombination prevails in relation to heat losses due to ionization, which significantly affects the temperature profiles. The temperature profiles were calculated taking into account the ionization and recombination of iron for various parameters of the environment.*